A B S T R A K

PERAMALAN JUMLAH KELAHIRAN SAPI POTONG DENGAN INDIKASI JUMLAH AKSEPTOR INSEMINASI BUATAN SAPI POTONG DI KABUPATEN BLITAR

Menyimak keberhasilan inseminasi buatan di negara-negara berkembang hingga saat ini, maka Jawa Timur sebagai salah satu propinsi di Indonesia yang cukup berpotensi dalam usaha pemenuhan kebutuhan konsumsi untuk peningkatan gizi masyarakat yang berasal dari daging, telur dan susu, inseminasi buatan diharapkan dapat menunjang peningkatan penyediaan daging dan susu dalam rangka perbaikan gizi masyarakat tersebut.

Penerapan teknologi inseminasi buatan akhirnya makin berkembang di beberapa kabupaten di wilayah Jawa Timur. Perkembangan tersebut menunjukkan semakin meningkatnya minat dan kebutuhan petani ternak terhadap inseminasi buatan. Dari sinilah maka perlu adanya peramalan jumlah akseptor inseminasi untuk mengetahui sejauh mana pertambahannya. Analisis Statistika yang dapat digunakan untuk masalah ini adalah Analisis Time Series. Analisis ini menggunakan data yang saling tergantung antar waktu, dengan mempelajari pola yang ada akan diperoleh suatu model yang dapat digunakan untuk meramalkan jumlah akseptor inseminasi buatan di masa yang akan datang.

Peramalan pertambahan jumlah ternak sapi juga dilakukan. Untuk tujuan ini digunakan model Time Series dan model Fungsi Transfer. Model Fungsi Transfer bertujuan mendapatkan model dinamik untuk input jumlah akseptor serta output jumlah kelahiran. Dengan mendapatkan model-model ini dilakukan peramalan beberapa periode kedepan untuk melihat kebagusan dari kedua model tersebut.

Peramalan pertambahan jumlah ternak sapi dengan mengikuti perkembangan jumlah akseptor inseminasi buatan dilakukan dengan pertimbangan jumlah penduduk yang selalu bertambah dan perlu adanya perbaikan gizi, sedang luas wilayah peternakan tetap.

BAB II

TINJAUAN STATISTIKA

2.1. Analisis Time Series

2.1.1. Konsep Dasar Analisis Time Series

Time Series adalah serangkaian pengamatan terhadap suatu variabel yang diambil dari waktu ke waktu dan di catat menurut urutan-urutan terjadinya dan disusun sebagai data. Pengamatan Time Series ini dapat didekati dengan hukum-hukum probabilitas yang disebut Proses Stokastik, artinya setiap nilai dari suatu variabel random yang mempunyai fungsi distribusi tertentu. Secara umum, Time Series pada saat t_1, t_2, . . . , t_n mempunyai variabel random z_1, z_2, . . . , z_n dapat dipandang sebagai variabel random berdimensi N dengan fungsi distribusi bersama $P(z_1, z_2, \ldots, z_n)$.

Pengamatan yang dilakukan dalam data Time Series harus mempunyai interval waktu yang sama. Disamping itu dalam Analisis Time Series pengamatan dari satu periode secara statistik bergantung pada pengamatan periode sebelumnya.

Model time series sebenarnya merupakan model regresi *Least Square* yang mempunyai kekhususan variabel responnya merupakan data runtun waktu yang diamati/dicatat pada interval waktu yang tetap, sehingga variabel prediktor yang dipakai adalah data urutan waktu pengamatan dan pengamatan masa lalu, sering dikatakan model autoregresi. Biasanya data time series mempunyai autokorelasi yang signifikan, tetapi ada beberapa kasus time series yang tidak berautokorelasi sehingga dikatakan model random, walaupun diamati/dicatat dengan interval waktu yang tetap tetapi waktu pengamaan tidak berpengaruh. Kasus seperti ini lebih tepat bila dimodelkan dengan model regresi.

2.1.1.1 Stasioner Time Series

Time Series dikatakan stasioner jika bentuk distribusi bersama dari pengamatan Z_{t1}, Z_{t2}, . . . , Z_{tn} yang dilakukan pada urutan waktu t_1, t_2, . . . , t_n sama dengan bentuk distribusi terpadu dari Z_{t1+K}, Z_{t2+K}, . . . , Z_{tn+K} yang dilakukan pada urutan waktu t_{1+K}, t_{2+K}, . . . , t_{n+K}. Atau dengan kata lain dapat dikatakan :

$$P\ (Z_{t1}, Z_{t2}, \ldots, Z_{tn}) = P\ (Z_{t1+K}, Z_{t2+K}, \ldots, Z_{tn+K}) \qquad (2.1.1)$$

Kondisi pada persamaan (2.1.1) menunjukkan sifat stasioner yang kuat. Artinya rata-rata, variansi dan kovariansi tidak dipengaruhi oleh waktu pengamatan atau tidak berubah dengan berubahnya waktu. Jadi :

$$\mu = E(Z_t) = E(Z_{t+K}) \qquad (2.1.2)$$

$$\sigma_z^2 = E(Z_t - \mu)^2 = E(Z_{t+K} - \mu)^2 \tag{2.1.3}$$

$$E(Z_t - \mu)(Z_{t+K} - \mu) = E(Z_{t+n} - \mu)(Z_{t+n+K} - \mu) = \Gamma_K \tag{2.1.4}$$

2.1.1.2. Autokorelasi dan Autokovariansi

Untuk menyatakan derajat ketergantungan dari unsur-unsur deret waktu dengan selisih waktu (lag) k, maka pengukuran dapat dilakukan dengan menghitung autokorelasi untuk lag k yaitu :

$$r_K = \frac{E\ (Z_t - \mu)(Z_{t+K} - \mu)}{\sqrt{E(Z_t - \mu)^2\ E(Z_{t+K} - \mu)^2}} \tag{2.1.5}$$

$$E\ (Z_t - \mu)(Z_{t+K} - \mu) = \text{autokovarians} = \Gamma_K$$

$$E(Z_t - \mu)^2 = E(Z_{t+K} - \mu)^2 = \sigma_z^2 \tag{2.2.6}$$

Jadi :

$$r_K = \frac{\Gamma_K}{\sqrt{\sigma_z^2\ \sigma_z^2}} = \frac{\Gamma_K}{\sigma_z^2} = \frac{\Gamma_K}{\Gamma_o} \tag{2.1.7}$$

2.1.2. Model Stasioner Linier

2.1.2.1. Model Linier dari Proses Stokastik

Suatu proses stokastik mempunyai proses yang linier jika tiap-tiap observasi Z_t dapat dinyatakan dalam bentuk

$$Z_t = \mu + a_t + q_1 a_{t-1} + q_2 a_{t-2} + \ldots \quad (2.1.8)$$

$$Z_t = \mu + a_t + q_1 B\, a_t + q_2\, B^2\, a_{t-2} + \ldots$$

$$Z_t - \mu = q(B)\, a_t$$

$$\bar{Z}_t = q\,(B)\, a_t \quad (2.1.9)$$

dimana : $q(B) = (\, 1 + q_1 B + q_2 B^2 + \ldots)$

Dari persamaan (2.1.9) terlihat bahwa q(B) merupakan operator linier yang mentransformasikan a_t menjadi suatu Time Series Z_t. Sedangkan a_t mempunyai sifat *white noise*, artinya a_t mempunyai distribusi normal dengan rata-rata nol dan variansi $\sigma^2{}_a$ (IIDN (0 , $\sigma^2{}_a$)). Berdasarkan persamaan (2.1.9) dapat diturunkan model-model Autoregresi (AR), Moving Average (MA) dan model campuran ARMA. Apabila deret waktu tidak stasioner maka modelnya disebut model terintegrasi.

2.1.2.2. Model Auto Regresi (AR(p))

Model Autoregresi dengan orde p yang disingkat AR(p) atau ARIMA (p,0,0) menyatakan bahwa nilai pengamatan pada waktu ke t merupakan hasil regresi dari nilai Z pengamatan sebelumnya.

Bentuk persamaan dari model AR(p) adalah :

$$\bar{Z}_t = \phi_1 \bar{Z}_{t-1} + \phi_2 \bar{Z}_{t-2} + \ . \ . \ . \ + \phi_p \bar{Z}_{t-p} + a_t \qquad (2.1.10)$$

$$\bar{Z}_t - \phi_1 \bar{Z}_{t-1} - \phi_2 \bar{Z}_{t-2} - \ . \ . \ . \ - \phi_p \bar{Z}_{t-p} = a_t$$

$$\bar{Z}_t - \phi_1 B \bar{Z}_t - \phi_2 B^2 \bar{Z}_t - \ . \ . \ . \ - \phi_p B^p \bar{Z}_t = a_t$$

$$\phi(B)\ \bar{Z}_t = a_t \qquad (2.1.11)$$

$$\bar{Z}_t = \phi^{-1}(B)\ a_t \quad \text{atau}$$

$$\bar{Z}_t = w(B)\ a_t$$

Dimana : $\phi(B)$ sebagai operator Autoregresi dan a_t merupakan *white-noise*.

Syarat kestasioneran dari proses AR(p) adalah :

$$\phi\ (B) = 0$$

$$(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \ . \ . \ . \ - \phi_p B^p) = 0$$

merupakan persamaan karakteristik. Dari persamaan ini, akar-akar persamaannya harus lebih besar dari satu.

Contoh untuk p = 1 atau AR(1), maka $(1 - \phi_1 B) = 0$.

Model AR(1) di atas akan memenuhi syarat kestasioneran apabila $|B| > 1$. Jadi supaya w(B) konvergen, maka $|\phi_1| < 1$ atau $-1 < \phi_1 < 1$. Bila p = 2 atau AR(2), supaya w(B) konvergen, syarat dari koefisien AR harus memenuhi:

$$-1 < \phi_1 < 1$$

$$\phi_2 + \phi_1 < 1$$

$$\phi_2 - \phi_1 < 1$$

Fungsi Autokorelasi pada model AR(p)

Bila persamaan (2.1.10) dikalikan dengan Z_{t-k} maka

$$\begin{aligned}\bar{Z}_t\bar{Z}_{t-k} = {} & \phi_1\bar{Z}_{t-1}\bar{Z}_{t-k} + \phi_2\bar{Z}_{t-2}\bar{Z}_{t-k} + \ . \ . \ . \ + \\ & \phi_p\bar{Z}_{t-p}\bar{Z}_{t-k} + a_t\bar{Z}_{t-k}\end{aligned}$$

Sehingga ekspektasinya adalah :

$$\begin{aligned}E(\bar{Z}_t\bar{Z}_{t-k}) = {} & \phi_1 \ E(\bar{Z}_{t-1}\bar{Z}_{t-k}) + \phi_2 \ E(\bar{Z}_{t-2}\bar{Z}_{t-k}) + \ . \ . \ . \\ & + \phi_p \ E(\bar{Z}_{t-p}\bar{Z}_{t-k}) + E(a_t\bar{Z}_{t-k})\end{aligned}$$

$$\Gamma_k = \phi_1 \ \Gamma_{k-1} + \phi_2 \ \Gamma_{k-2} + \ . \ . \ . \ + \phi_p \ \Gamma_{k-p} \qquad (2.1.12)$$

Bila persamaan (2.1.12) dibagi dengan Γ_0 (variansi), maka diperoleh :

$$r_k = \phi_1 \ r_{k-1} + \phi_2 \ r_{k-2} + \ . \ . \ . \ + \phi_p \ r_{k-p} \qquad (2.1.13)$$

Dengan memasukkan $k = 1, 2, 3, \ . \ . \ . \ , p$ akan didapat sekumpulan persamaan linier dengan parameter $\phi_1, \phi_2, \ . \ . \ . \ , \phi_p$

$$\begin{array}{lllll} r_1 & = \phi_1 & + \phi_2 r_1 & + \ . \ . \ . & + \phi_p r_{p-1} \\ r_2 & = \phi_1 r_1 & + \phi_2 & + \ . \ . \ . & + \phi_p r_{p-2} \\ \vdots & \ \ \vdots & \ \ \vdots & & \ \ \vdots \\ r_p & = \phi_1 r_{p-1} & + \phi_2 r_{p-2} & + \ . \ . \ . & + \phi_p \end{array} \qquad (2.1.14)$$

Bentuk persamaan (2.1.13) disebut juga persamaan Yule-Walker. Bila ditulis dalam bentuk matriks maka akan menjadi:

$$\begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ \vdots \\ r_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & r_1 & \cdots & r_{p-1} \\ r_1 & 1 & \cdots & r_{p-2} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ r_{p-1} & r_{p-2} & \cdots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \vdots \\ \phi_p \end{bmatrix}$$

$$r_p = P_p \quad \phi_p$$

Jadi : $\phi_p = P_p^{-1} \; r_p$

Fungsi Autokorelasi Parsial

Autokorelasi parsial digunakan untuk mengukur hubungan antara Z_t dan Z_{t-k} dengan memperhitungkan pengaruh pengamatan yang terletak antara Z_t dan Z_{t-k}. Tujuannya untuk identifikasi dalam pendekatan mencari model ARIMA.

Dengan modifikasi ϕ_{kj} adalah koefisien ke j dari proses AR orde ke k, maka ϕ_{kk} merupakan koefisien yang terakhir dari model AR(p). Dari persamaan (2.1.13) didapat hubungan :

$$r_j = \phi_{k1} r_{j-1} + \phi_{k2} r_{j-2} + \ldots + \phi_{kk} r_{j-k} \qquad (2.1.15)$$

dimana j = 1, 2, 3, . . . , k

Persamaan (2.1.15) dapat ditulis dalam bentuk persamaan Yule-Walker yaitu :

$$
\begin{aligned}
\phi_{k1} &+ \phi_{k2}r_1 + \ . \ . \ . \ + \phi_{kk}r_{k-1} &= r_1 \\
\phi_{k1}r_1 &+ \phi_{k2} + \ . \ . \ . \ + \phi_{kk}r_{k-2} &= r_2 \\
\vdots & \quad \vdots \qquad\qquad\qquad \vdots & \vdots \\
\phi_{k1}r_{k-1} &+ \phi_{k2}r_{k-2} + \ . \ . \ . \ + \phi_{kk} &= r_k
\end{aligned}
\tag{2.1.16}
$$

Dari persamaan (2.1.16) dapat dihitung ϕ_{kk} yaitu :

$$\phi_{kk} = \frac{\text{determinan } E_k}{\text{determinan } R_k} \quad , \ k = 1, 2, \ . \ . \ . \ , k \tag{2.1.17}$$

dimana :

$$R_k = \begin{bmatrix} 1 & r_1 & r_2 & \ldots & r_{k-1} \\ r_1 & 1 & r_1 & \ldots & r_{k-2} \\ r_2 & r_1 & 1 & \ldots & r_{k-3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ r_{k-1} & r_{k-2} & r_{k-3} & \ldots & 1 \end{bmatrix}$$

$$E_k = \begin{bmatrix} 1 & r_1 & r_2 & \ldots & r_1 \\ r_1 & 1 & r_1 & \ldots & r_2 \\ r_2 & r_1 & 1 & \ldots & r_3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ r_{k-1} & r_{k-2} & r_{k-3} & \ldots & r_k \end{bmatrix}$$

2.1.2.3. Model Moving Average (MA(q))

Model autoregresi dalam keadaan tertentu tidak dapat menjelaskan hubungan dari data Time Series, oleh karena itu pada pendekatan Box-Jenkins mempertimbangkan model lain untuk mengatasi masalah tersebut. Model tersebut adalah Model Moving Average (MA(q)).

Model ini diperoleh jika q pertama dari bobot q_i dari persamaan (2.1.8) bernilai tidak nol dan selebihnya bernilai nol.

Jadi model MA(q) adalah :

$$Z_t = \mu + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \; . \; . \; . \; - \theta_q a_{t-q} \qquad (2.1.18)$$

$$Z_t - \mu = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \; . \; . \; . \; - \theta_q a_{t-q}$$

$$\bar{Z}_t = \theta(B)\, a_t \qquad (2.1.19)$$

dengan $\theta(B)$ sebagai operator Moving Average dan a_t adalah *white noise.*

Persamaan (2.1.19) harus memenuhi syarat invertibel, artinya $\theta^{-1}(B)$ harus konvergen .

Jadi $a_t = \theta^{-1}(B)\, Z_t$ $\theta^{-1}(B)$ akan konvergen bila persamaan $\theta(B) = 0$ dimana akar persamaan karakteristiknya terletak diluar lingkaran satuan atau $|\,B\,| > 1$.

Contoh untuk MA(1)

$$\bar{Z}_t = a_t - \theta_1\, a_{t-1}$$

$$\bar{Z}_t = (\,1 - \theta_1 B\,)\, a_t$$

$$a_t = (1 - \theta_1 B)^{-1} \bar{Z}_t$$

Model MA(1) akan memenuhi syarat invertibel bila persamaan $(1 - \theta_1 B) = 0$ dimana akar-akar persamaannya lebih besar dari satu dan $|\theta_1| < 1$ atau $-1 < \theta_1 < 1$.

Untuk syarat model MA(2) syarat invertibelnya adalah :

$$-1 < \theta_2 < 1$$

$$\theta_2 + \theta_1 < 1$$

$$\theta_2 - \theta_1 < 1$$

Fungsi Autokorelasi pada Proses MA(q)

Dari persamaan (2.1.19) dapat diperoleh fungsi autokovarians yaitu :

$$\begin{aligned}\Gamma_k &= E(\bar{Z}_t \bar{Z}_{t+k}) \\ &= E\{(a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \ldots - \\ &\quad \theta_q a_{t-q})(a_{t+k} - \theta_1 a_{t+k-1} - \theta_2 a_{t+k-2} - \ldots - \\ &\quad \theta_q a_{t+k-q})\}\end{aligned}$$

Karena $E(a_i a_j) = 0$ untuk $i \neq j$

$$\Gamma_0 = E(\bar{Z}_t \bar{Z}_t) = (1 + \theta^2{}_1 + \theta^2{}_2 + \ldots + \theta^2{}_q \, \sigma^2{}_a$$

Maka :

$$\Gamma_k = \begin{cases} (-\theta_k + \theta_1\theta_{k+1} + \theta_2\theta_{k+2} + \ldots + \theta_q\theta_{q+k})\sigma^2{}_a \\ \qquad k = 1, 2, \ldots, q \\ 0 \qquad k > q \end{cases} \tag{2.1.20}$$

$$r_K = \frac{\Gamma_K}{\Gamma_o}$$

$$r_k = \begin{cases} \dfrac{(-\theta_k + \theta_1\theta_{k+1} + \ldots + \theta_q\theta_{k+q})}{(1 + \theta^2_1 + \theta^2_2 + \ldots + \theta^2_q} & , k = 1, 2, \ldots, q \\ 0 & , k > q \end{cases}$$

(2.1.21)

$r_K = 0$ untuk $k > q$ artinya fungsi autokorelasi dari proses ini terpotong pada lag q.

Fungsi Autokorelasi Parsial Proses MA(q)

Dengan menggunakan persamaan (2.1.16) dapat diperoleh fungsi autokorelasi parsialnya. Misalnya untuk q = 1 atau MA(1).

$$r_1 = \frac{-\theta_1}{1 + \theta^2_1} \quad \text{dan} \quad r_K = 0 \quad \text{untuk } k > 1$$

Bila k = 1 maka $\phi_{kk} = \theta_{11} = r_1 = \dfrac{\theta_1}{1 + \theta^2_1}$

Dapat juga dibentuk menjadi :

$$\phi_{kk} = \frac{-\theta_1^{k}\,(1 - \theta^2_1)}{(\,1 - \theta_1^{2(k+1)}\,)}$$

2.1.2.4. Model Campuran Autoregresi dan Moving Average

Model ini merupakan gabungan dari model AR(p) dan model MA(q) yang biasa ditulis sebagai ARMA (p,q) atau ARIMA(p,0,q), dengan bentuk persamaannya adalah :

$$Z_t = \phi_1 Z_{t-1} + \phi_2 Z_{t-2} + \dots + \phi_p Z_{t-p} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \dots - \theta_q a_{t-q} \qquad (2.1.22)$$

Persamaan (2.1.22) dapat juga ditulis sebagai berikut :

$$\bar{Z}_t - \phi_1 \bar{Z}_{t-1} - \phi_2 \bar{Z}_{t-2} - \dots - \phi_p \bar{Z}_{t-p} = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \dots - \theta_q a_{t-q}$$

$$\bar{Z}_t - \phi_1 B \bar{Z}_t - \phi_2 B^2 \bar{Z}_t - \dots - \phi_p B^p \bar{Z}_t = a_t - \theta_1 B a_t - \dots - \theta_q B^q a_t$$

$$\phi(B) \bar{Z}_t = \theta(B) a_t \qquad (2.1.23)$$

Proses ARMA(p,q) stasioner bila akar-akar dari persamaan $\phi(B) = 0$ lebih besar dari satu, dan akan invertibel bila akar-akar dari persamaan $\theta(B) = 0$ lebih besar dari satu.

Fungsi Autokorelasi dari Proses ARMA(p,q)

Dari persamaan (2.1.23) dapat diperoleh fungsi autokorelasinya yaitu :

$$\Gamma_k = E(\bar{Z}_t \bar{Z}_{t+k}) = \sum_{i=1}^{p} \phi_i E(\bar{Z}_{t-i} \bar{Z}_{t-k}) + E(a_t \bar{Z}_{t-k}) - \sum_{j=1}^{q} \theta_j E(a_{t-j} \bar{Z}_{t-k}) \qquad (2.1.24)$$

Jadi :

$$\Gamma_k = \phi_1\Gamma_{k-1} + \phi_2\Gamma_{k-2} + \quad . \ . \ . \quad + \phi_p\Gamma_{k-p} - \Gamma_{za}(k) -$$
$$\theta_1\Gamma_{za}(k-1) - \quad . \ . \ . \quad - \theta_q\Gamma_{za}(k-q)$$

(2.1.25)

$$\Gamma_{za}(k) = E\ (a_t\ \bar{Z}_{t-k})$$
$$= 0 \qquad \text{bila } k > 0$$
$$= 0 \qquad \text{bila } k \leq 0$$

Jadi :

$$\Gamma_k = \phi_1\Gamma_{k-1} + \phi_2\Gamma_{k-2} + \quad . \ . \ . \quad + \phi_p\Gamma_{k-p} \quad , \ k \geq q+1$$

(2.1.26)

Sehingga :

$$r_k = \phi_1 r_{k-1} + \phi_2 r_{k-2} + \quad . \ . \ . \quad + \phi_p r_{k-p} \quad , \ k \geq q+1$$

(2.1.27)

atau , $\phi(B)r_k = 0$ untuk $k \geq q+1$

Fungsi Autokorelasi Parsial Proses ARMA(p,q)

Dari persamaan (2.1.12) dapat ditulis sebagai :

$a_t = \theta^{-1}(B)\ \phi(B)\ \bar{Z}_t$ dimana $\theta^{-1}(B)$ merupakan suatu deret yang infinite (tak hingga). Oleh karena itu fungsi autokorelasi parsial pada proses ARMA(p,q) juga infinite dan didominasi oleh bentuk eksponensial teredam dan bentuk gelombang yang teredam . Disamping itu tergantung juga pada order dari proses MA dan nilai-nilai parameter yang terkandung didalamnya.

2.1.3. Model Non Stasioner Linier

Suatu data Time Series dalam kenyataannya tidak semua memenuhi syarat stationer, untuk itu perlu dibuat agar stationer dengan mengambil pembedanya (difference) diantara pengamatannya. Suatu proses nonstasioner dalam bentuk umum adalah :

$$F\,(B)\,\bar{Z}_t = \Theta(B)\,a_t \qquad (2.1.28)$$

F (B) = operator dari AR yang tidak stasioner, karena akar-akar dari F (B) = 0 ada yang sama dengan satu.

Bila d adalah derajat dari pembedaan, maka persamaan (2.1.28) menjadi :

$$\phi\,(B)(1-B)^d\,\bar{Z}_t = \Theta(B)\,a_t \qquad (2.1.29)$$

ϕ (B) merupakan operator autoregresi yang sudah membuat Time Series stasioner. Karena adanya pembedaan maka :

$$(1-B)^d\,\bar{Z}_t = (1-B)^d\,Z_t$$

Jadi persamaan (2.1.29) dapat ditulis menjadi :

$$\phi(B)(1-B)^d\,Z_t = \Theta(B)\,a_t$$

$$\phi(B)\,F_t = \Theta(B)\,a_t$$

$$F_t = (1-B)^d\,Z_t \qquad (2.1.30)$$

Model terintegrasi merupakan model yang stasioner untuk Time Series F_t. Jadi sifat-sifat dari proses model-model

ARIMA-nya akan mengikuti proses dari model-model yang stasioner yang telah dijelaskan sebelumnya.

2.1.4 Model Multiplikattif ARIMA (p, d, q) (P, D, Q)^{s}

Proses musiman pada data time series sering menambah kerumitan pada idenifikasi model ARIMA. Data time series yang mempunyai pola musiman (pada s periode tertentu kembali pada pola s periode sebelumnya) yang terjadi oleh adanya pengaruh proses stokastik yang periodik. Model multiplikatif ini sering ditulis sebagai :

$$\text{ARIMA } (p, d, q)\ (P, D, Q)^{s}$$

dimana pada kurung pertama menyatakan model nonseasenal, sedang pada kurung kedua merupakan model seasenal dengan periode s. Dalam bentuk lain model diatas dengan mengambil contoh model ARIMA (1, 1, 1) (1, 1, 1) ^{4} dapat ditulis:

$$(1-\phi_1 B)(1-\Phi_1 B^4)(1-B)(1-B^4)Z_t = (1-\Theta_1 B)(1-\Theta_1 B^4)a_t \quad (2.2.31)$$

Persamaan (2.1.31) dapat juga ditulis sebagai :

$$\begin{aligned} Z_t = {} & (1-\phi_1)\ Z_{t-1} - \phi_1\ Z_{t-2} + (1+\Phi_1)\ Z_{t-4} - (1+\phi_1+\Phi_1+\phi_1\Phi_1) \\ & Z_{t-5} + (\phi_1+\phi_1\Phi_1)\ Z_{t-6} - \Phi_1\ Z_{t-8} + (\Phi_1+\phi_1\Phi_1)\ Z_{t-9} \\ & - \phi_1\Phi_1\ A_{t-10} + a_t + \Theta_1\ a_{t-1} - \Theta_1\ a_{t-4} + \Theta_1\Theta_1\ a_{t-5} \end{aligned} \quad (2.1.32)$$

model multiplikatif diatas untuk d $\geq$ 1 dan D $\geq$ 1 merupakan model terintegrasi yang merupakan model stationer untuk time series Z_t, sedang untuk d = D = 0 berlaku untuk deret yang stationer.

2.1.5. Perumusan Model

Pengamatan dalam model Analisis Time Series yang telah dijelaskan sebelumnya dianggap sebagai suatu proses ARIMA, artinya sesuai dengan konsep statistik dianggap populasi. Sedangkan sampelnya adalah realisasi dari pengamatan tersebut.

Dalam prakteknya dari data realisasinya akan dibuat suatu pendugaan model yang dapat mewakili proses ARIMA tersebut. Kemudian dari model ini dapat diperoleh nilai ramalannya. Ada beberapa hal yang mendasari perumusan model ARIMA yaitu :

(i). Bila fungsi waktu bersifat stasioner maka grafik dari fungsi autokorelasinya akan menurun atau menuju nol dengan cepat . Sebaliknya bila deret waktu tidak stasioner, maka grafik fungsi autokorelasinya akan menurun atau menuju nol dengan lambat.

(ii). Penentuan model ARIMA dilakukan dengan melihat pola dari fungsi autokorelasi dan autokorelasi parsial dari deret waktu stasioner yang dapat menunjukkan proses AR, MA, dan ARMA.

TABEL II.1.1 Karakteristik Utama Yang Membedakan Jenis Dari Model ARIMA

Proses	Fungsi Autokorelasi	Fungsi Autokorelasi Parsial
AR	Mengekor dan mengecil menuju nol	Terpotong sesudah lag p kemudian menuju nol
MA	Terpotong sesudah lag q kemudian menuju nol	Mengekor dan mengecil menuju nol
ARMA	Mengekor dan mengecil menuju nol	Mengekor dan mengecil menuju nol

(iii). Penduga dari autokorelasi adalah :

$$r_k = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} (Z_t - \bar{Z})(Z_{t+k} - \bar{Z})}{\sum_{t=1}^{n} (Z_t - \bar{Z})^2} \qquad (2.1.33)$$

dimana :

$$\bar{Z} = \sum_{t=1}^{n} Z_t / n$$

Untuk sampel yang cukup besar maka r_k mendekati distribusi normal dengan rata-rata nol dan standart errornya adalah :

$$SE(r_k) = \{ 1/n (1 + 2 \sum_{i=1}^{k-1} r_i^2) \}^{1/2} \qquad (2.1.34)$$

(iv). Setelah r_k diketahui maka penduga autokorelasi parsialnya dapat diketahui dengan rumus :

$$\phi_{kk} = \frac{\text{determinan } E_k}{\text{determinan } R_k} \qquad (2.1.35)$$

dimana :

$$R_k = \begin{bmatrix} 1 & r_1 & r_2 & \cdots & r_{k-1} \\ r_1 & 1 & r_1 & \cdots & r_{k-2} \\ r_2 & r_1 & 1 & \cdots & r_{k-3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ r_{k-1} & r_{k-2} & r_{k-3} & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$

$$E_k = \begin{bmatrix} 1 & r_1 & r_2 & \cdots & r_{k-1} & r_1 \\ r_1 & 1 & r_1 & \cdots & r_{k-2} & r_2 \\ r_2 & r_1 & 1 & \cdots & r_{k-3} & r_3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ r_{k-1} & r_{k-2} & r_{k-3} & \cdots & 1 & r_k \end{bmatrix}$$

Penduga autokorelasi parsial dengan sampel cukup besar akan mendekati distribusi normal dengan rata-rata nol dan standart errornya adalah :

$$S\,E\,(\phi_{kk}) = (\,1/n\,)^{1/2} \qquad (2.1.36)$$

(v). Maksimum Likelihood Estimasi parameter ARIMA. Asumsi yang harus dipenuhi dalam pendugaan parameter ARIMA adalah a_t harus bersifat *white-noise* dengan rata-rata nol dan varians σ_a^2.

Dengan asumsi tersebut maka fungsi distribusi terpadu dari a_t untuk t = 1, 2, 3, . . . , n adalah :

$$P(a_1, a_2, \ldots, a_n / \sigma^2_a) =$$

$$(2\pi\sigma^2_a)^{-½} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2_a}\sum_{t=1}^{n} a^2_t\right) \qquad (2.1.37)$$

Fungsi likelihoodnya adalah :

$$L(\phi, \Theta, \sigma^2_a) = (2\pi\sigma^2_a)^{-½n} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2_a}\sum_{t=1}^{n} a^2_t\right)$$

Dengan mengambil logaritma dari fungsi likelihood diperoleh :

$$L(\phi, \Theta, \sigma^2_a) = - n \ln \sigma^2_a - \frac{S(\phi, \Theta)}{2\sigma^2_a} \qquad (2.1.38)$$

Sedang nilai $S(\phi, \Theta) = \sum_{t=1}^{n} a^2_t$ (2.1.39)

MLE untuk parameter ϕ dan Θ diperoleh dengan memaksimum persamaan (2.1.37). Karena pengaruh ϕ dan Θ hanya terdapat pada $S(\phi, \Theta)$, maka untuk memaksimumkan persamaan (2.1.37) adalah dengan meminimumkan persamaan (2.1.39).

(vi). Uji Statistik Box-Pierce

Statistik ini digunakan untuk menguji asumsi a_t yang bersifat *white noise* artinya tidak saling berkorelasi satu dengan yang lainnya.

$$Q^* = n \sum_{k=1}^{m} r_k^2 \qquad (2.1.40)$$

$$r_k = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} a_t \, a_{t+k}}{\sum_{t=1}^{n-k} a^2_t}, \quad k = 1, 2, \ldots, m \qquad (2.1.41)$$

Dengan hipotesis :

Ho : r1 (a) = ... = rk (a) = 0

H1 : ada satu yang tidak sama dengan nol

Keputusan, jika :

Q* < X2 (k-m, α%) : maka Ho diterima

Q* > X2 (k-m, α%) : maka H1 ditolak

dimana : m = jumlahan dari parameter

(vii). Peramalan pada Model ARIMA

Model ARIMA dapat ditulis dalam bentuk random shocknya (a_t), artinya pada model AR dapat disajikan sebagai deret yang infinite dalam model MA. Seperti telah dijelaskan dalam butir (v) bahwa kriteria dalam pembuatan model ramalan adalah meminimumkan $\Sigma\ a^2_t$.

Andaikan $Z_t(l)$ adalah nilai ramalan dari Z_{t+l}, maka residual mean square dari $Z_t(l)$ adalah :

$$RMS\ (Z_t(l)) = E\ (\ Z_{t+l} - Z_t(l)\ )^2 \qquad (2.1.42)$$

dibuat minimum. Hal ini dapat dilakukan dengan mengambil ekspektasi bersyarat dari Z_{t+l} setelah $Z_1, Z_2, \ldots, Z_n$ diketahui.

Jadi $Z_t(l) = E\ (Z_{t+l}/Z_1, Z_2, \ldots, Z_n)$

$$(2.1.43)$$

Untuk menentukan nilai $Z_t(l)$ dari model ARIMA (p, d, q) maka persamaan (2.1.28) dapat ditulis menjadi :

$$\phi(B)\ Z_{t+l} = \Theta(B)\ a_{t+l}$$

$$Z_{t+l} = \phi_1\ Z_{t+l-1} + \phi_2\ Z_{t+l-2} + \ldots + \phi_{p+q}\ Z_{t+l-p-q} + a_{t+l} - \Theta_1\ a_{t+l-1} - \ldots - \Theta_q\ a_{t+l-q} \qquad (2.1.44)$$

Jadi ekspektasi bersyarat dari $Z_t(l)$ adalah :

$$Z_t(l) = \phi_1 E(Z_{t+l-1}) + \phi_2 E(Z_{t+l-2}) + \ldots + \phi_{p+q} E(Z_{t+l-p-q}) + E(a_{t+l}) - \Theta_1 E(a_{t+l-1}) - \ldots - \Theta_q E(a_{t+l-q}) \qquad (2.1.45)$$

Dengan ketentuan :

$$E\ (Z_{t-j}) = E(Z_{t-j}/Z_1, Z_2, \ldots, Z_n) = Z_{t-j}\ ,$$

$$j = 0, 1, 2, \ldots$$

$$E(Z_{t+j}) = E(Z_{t+j}/Z_1, Z_2, \ldots, Z_n) = Z_t(j),$$
$$j = 1, 2, \ldots$$
$$E(a_{t-j}) = E(a_{t-j}/Z_1, Z_2, \ldots, Z_n) = Z_{t-j} - Z_{t-j-1}(1), \quad j = 0, 1, 2, \ldots$$

(2.1.46)

$$E(a_{t+j}) = E(a_{t+j}/Z_1, Z_2, \ldots, Z_n) = 0$$
$$j = 1, 2, 3, \ldots$$

Bila $Z_t(l)$ dinyatakan dalam bentuk *random shock* (a_t), persamaan (2.1.45) menjadi :

$$Z_t(l) = q_l a_t + q_{l+1} a_{t-1} + q_{l+2} a_{t-2} + \ldots$$

(2.1.47)

Hubungan antara q dengan ϕ dan θ dari persamaan (2.1.47) adalah :

$$q_1 = \phi_1 - \theta_1$$
$$q_2 = \phi_1 q_1 + \phi_2 - \theta_2$$
$$q_3 = \phi_1 q_2 + \phi_2 q_1 + \phi_3 - \theta_3$$

untuk nilai j selanjutnya :

$$q_j = \phi_1 q_{j-1} + \phi_2 q_{j-2} + \ldots + \phi_{p+d} q_{j-d-p} - \theta_j$$

dimana $q_0 = 1$; $q_j = 0$ untuk $j < 0$ dan $\theta_j = 0$ untuk $j > q$.

Menurut persamaan (2.1.11) Z_{t+l} dapat dinyatakan sebagai berikut :

$$Z_{t+l} = a_{t+l} + q_1 a_{t+l-1} + q_2 a_{t+l-2} + \ldots + q_{l-1} a_{t+1} + q_l a_t + q_{l+1} a_{t-1} + \ldots$$

(2.1.48)

Dari persamaan (2.1.47) dan (2.1.48) maka residual ramalannya adalah :

$$e_t(l) = Z_{t+l} - Z_t(l)$$

$$= a_{t+1} + q_1 a_{t+l-1} + \ldots + q_{l-1} a_{t+1} \qquad (2.1.49)$$

E (a_{t+j}) = 0 untuk $j > 0$ seperti ketentuan persamaan (2.1.46).

Jadi E $(e_t(l))$ = 0 artinya ekspektasi error dari l ramalan setelah waktu t sama dengan nol.

Dengan demikian maka E $(Z_t(l)) = Z_{t+l}$

atau dengan kata lain $Z_t(l)$ merupakan ramalan tak bias dari Z_{t+l}. varians ramalannya adalah :

$$V\,(e_t(l)) = (1 + q^2_1 + q^2_2 + \ldots + q^2_{l-1})\,\sigma^2_a \qquad (2.1.50)$$

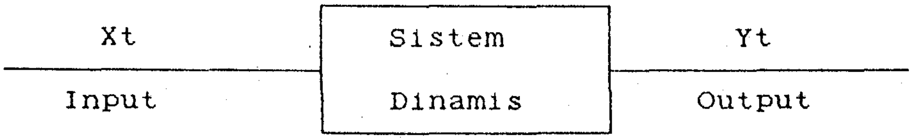
Sedangkan standart error dari ramalannya :

$$\sqrt{V(e_t(l))} \qquad (2.1.51)$$

2.2. Analisis Fungsi Transfer

2.2.1. Model Fungsi Transfer Linier

Fungsi Transfer merupakan pemodelan suatu deret waktu X_t sebagai variabel input dan deret waktu Y_t sebagai variabel output pada suatu proses yang dinamis. Sebagai ilustrasi dapat dilihat pada gambar berikut.



Gambar II.2.1. Variabel Input Dan Variabel Output Dalam Sistem Dinamis

Kedua variabel X_t dan Y_t ini berada dalam kondisi dinamik, menyebabkan sistem yang mempengaruhinya juga akan berada dalam kondisi dinamis.

Model Fungsi Transfer yang merupakan sistem dinamis pengaruhnya tidak hanya sekedar hubungan linear antara waktu ke-t pada input X dan waktu ke-t pada output Y. Akan tetapi juga merupakan hubungan pada saat t input X dan saat t, t+1, t+2, ... t+k pada output Y. Atau dapat dikatakan, deret input X_t memberikan pengaruh terhadap deret output Y_t dimana pengaruh X_t ini berlangsung sampai beberapa periode waktu mendatang. Pada hubungan seperti ini, dalam fungsi transfer kemungkinan akan timbul *time delay* (waktu senjang) antara variabel input dan variabel output. Dimana pengaruh X_t tampak setelah waktu t pada output Y_t.

Seperti pada Analisis Time Series Univariabel, konsep dinamis yang terkendali juga berlaku disini. Input dan output harus berapa dalam kondisi stasioner. Kestasioneran untuk kedua variabel ini dilakukan agar mean serta variansi masing-masing variabel tidak dipengaruhi oleh waktu pengamatan.

Proses membuat data menjadi stasioner dalam Fungsi Transfer disebut *prewhitening*. *Prewhitening* ini dapat diartikan usaha untuk menghilangkan seluruh *pattern* (pola) yang ada dalam deret data sehingga deret tersebut menjadi konstan.

Pada variabel input, *prewhitening* dilakukan sampai mendapatkan kondisi input yang *white noise*, atau dengan lain kata mendapatkan operator *prewhitening* yang menyebabkan input *white noise*. Setelah mendapatkan operator *prewhitening* variabel input, operator ini kemudian dikenakan pada deret output. Proses ini disebut *Prewhitening* output. Pada *prewhitening* output tidak harus mengubah deret output menjadi *white noise*, akan tetapi kestasionerannya harus tetap dilakukan.

Dari *prewhitening* input dan *prewhitening* output, akan diperoleh deret α_t untuk input dan β_t untuk output. Kedua deret ini yang digunakan dalam identifikasi model Fungsi Transfer dengan membuat korelasi silangnya.

Model linear Fungsi Transfer secara umum dapat ditulis sebagai :

$$\begin{aligned} Y_t &= V_0 X_t + V_1 X_{t-1} + V_2 X_{t-2} + \ldots \\ &= (V_0 + V_1 B + V^2{}_2 B + \ldots) X_t \qquad (2.2.1) \\ &= V(B)\ X_t \end{aligned}$$

Dimana output pada waktu ke t menyatakan jumlah linear dari input pada waktu t, t-1, t-2, ... dengan operator v(B) yang disebut sebagai filter fungsi transfer dan v_0, v_1, v_2, ... merupakan *respon impuls* dari sistem.

Hubungan antara pengamatan t denga pengamatan t-1 adalah :

$$y_t = Y_t - Y_{t-1} = (1 - B)\ Y_t$$

$$x_t = X_t - X_{t-1} = (1 - B)\ X_t$$

Hal ini untuk menandakan suatu deret yang di *difference* (pembedaan) dalam usaha untuk mendapatkan deret yang stasioner. Dengan demikian persamaan (2.2.1) menjadi :

$$y_t = V(B)\ x_t$$

deret $V_0 + V_1B + V_2B^2 + \ldots$ infinite, akan konvergen untuk nilai $| B | \leq 1$, maka sistem akan stasioner.

Dari waktu ke waktu, akan ditunjukkan tingkat *steady state* dari output yang diperoleh dari deret input. dengan demikian nilai Y (X) merupakan output dari sistem yang stabil dengan input yang mempunyai nilai tetap X. Hubungan antara Y (X) dan X merupakan hubungan linier. Dimana bila digunakan Y dan X dengan penyimpangan dari dari situasi sebenarnya, maka dapat ditulis suatu hubungan *steady state*

$$Y = g\ X \qquad (2.2.2)$$

dimana g merupakan fungsi pertambahan yang tetap dan Y merupakan fungsi dari X. Dan nilai g ditentukan dari persamaan

$$g = \frac{w_0 - w_1 - \dots - w_s}{1 - \partial_1 - \dots - \partial_r} \qquad (2.2.3)$$

2.2.2. Model Dinamik

Sistem dinamis diskrit sering dinyatakan dalam persamaan linier dengan pembedaan sebagai berikut.

$$(1 + x_1\nabla + x_2\nabla^2 + \quad . \quad . \quad . \quad + x_r\nabla^r)\ Y_t$$
$$= g\ (1 + h_1\nabla + h_2\nabla^2 + \quad . \quad . \quad . \quad + h_s\nabla^s)\ X_{t-b}$$
$$(2.2.4)$$

Model diatas merupakan model fungsi transfer orde (r, s), jika ditulis dalam operator back-ward menjadi :

$$(1 - \partial_1 B - \partial_2 B^2 - \quad . \quad . \quad . \quad - \partial_r B^r)\ Y_t$$
$$= (w_0 - w_1 B - w_2 B^2 - \quad . \quad . \quad . \quad - w_s B^s)\ X_{t-b}$$
$$(2.2.5)$$

atau

$$\partial(B)\ Y_t = w(B)\ X_{t-b}$$

jika nilai $\Omega(B) = w(B)B^b$, maka model menjadi

$$\partial(B)\ Y_t = \Omega(B)\ X_t \qquad (2.2.6)$$

Dengan membandingkan persamaan (2.2.6) dan persamaan (2.2.1) terlihat bahwa fungsi transfer untuk model ini adalah

$$V(B) = \partial^{-1}(B)\Omega(B) \qquad (2.2.7)$$

maka fungsi transfer dapat dinyatakan dengan perbandingan antara dua polinomial dalam B.

Suatu model stokastik dinamis dari ARIMA

$$f(B)\ Z_t = \Theta(B)\ a_t$$

dapat digunakan untuk menyatakan deret waktu Z_t dan dengan a_t dengan menggunakan operasi filter linier

$$Z_t = f^{-1}(B)\ \Theta(B)\ a_t$$

dimana a_t adalah *white noise*. Maka model deret waktu dapat dinyatakan sebagai output dari sistem dinamis, yang mana inputnya adalah *white noise*.

Kestasioneran dari fungsi transfer yang ternyata sejalan dengan kestasioneran dari model stokastik dari deret waktu, maka kestasioneran ini diperlukan untuk mendapatkan akar-akar karakerisik dari persamaan

$$\partial(B) = 0$$

sebagai contoh untuk model orde satu, maka nilai estimasi parameter ∂_1 adalah

$$-1 < \partial_1 < 1$$

dan untuk orde dua, nilai parameter dari ∂_1 dan ∂_2 adalah :

$$\partial_2 + \partial_1 < 1$$

$$\partial_2 - \partial_1 < 1$$

$$-1 < \partial_2 < 1$$

seandainya persamaan (2.2.5) ditulis secara lengkap maka diperoleh :

$$Y_t = \partial_1 Y_{t-1} + \partial_2 Y_{t-2} + \ldots + \partial_r Y_{t-r} + w_0 X_{t-b} - w_1 X_{t-b-1} - \ldots - w_s X_{t-b-s} \qquad (2.3.8)$$

Model fungsi transfer yang telah didefinisikan pada persamaan (2.2.5) disubtitusi dengan :

$$Y_t = V(B)\ X_t \qquad (2.2.9)$$

maka diperoleh persamaan :

$$(1 - \partial_1 B - \partial_2 B^2 - \ldots - \partial_r B^r)(V_0 + V_1 B + \ldots) = (w_0 - w_1 B - \ldots - w_s B^s)\ B^b \qquad (2.2.10)$$

Dengan memperhatikan koefisien dari pada B diperoleh ketentuan :

$$V_j = 0 \qquad j < b$$

$$V_j = \partial_1 V_{j-1} + \partial_2 V_{j-2} + \ldots + \partial_r V_{j-r} - w_0 \qquad j = b$$

$$V_j = \partial_1 V_{j-1} + \partial_2 V_{j-2} + \ldots + \partial_r V_{j-r} - w_{j-b}$$
$$j = b+1,\ b+2,\ \ldots,\ b+s \qquad (2.2.11)$$

$$V_j = \partial_1 V_{j-1} + \partial_2 V_{j-2} + \ldots + \partial_r V_{j-r} \qquad j > b+s$$

Model fungsi transfer yang telah diberikan pada persamaan terdahulu adalah :

$$Y_t - \partial_1 Y_{t-1} - \partial_2 Y_{t-2} - \ldots - \partial_r Y_{t-r}$$
$$= w_0 X_{t-b} - w_1 X_{t-b-1} - \ldots - w_s X_{t-b-s}$$

atau

$$Y_t = \partial^{-1}(B)\ w(B)\ X_{t-b}$$

dimana $\partial(B) = 1 - \partial_1 B - \partial_2 B^2 - \dots - \partial_r B^r$ dan

$$w(B) = w_0 - w_1 B - \dots - wB^s$$

Dalam fungsi transfer terdapat deret input (X_t) yang diharapkan akan mempengaruhi deret output (Y_t), serta dipengaruhi oleh deret input lain yang disebut *noise* (N_t).
Untuk sistem linier dengan N_t pada output dan mengasumsikan dibangkitkan dengn proses ARIMA yang menjamin bahwa N_t independen dari input X_t. Jika dalam Model Fungsi Transfer digunakan order r dan s untuk parameter ∂, w dan waktu senjang b. Dan penambahan N_t bertujuan untuk membuat estimasi dari parameter p, d, q dari proses ARIMA yang menggambarkan noise at pada output dan untuk memperoleh estimasi parameter ϕ dan Θ dalam model. Model yang menggabungkan antara X_t, Y_t dan N_t dapat ditulis.

$$Y_t = \partial^{-1}(B)\ w(B)\ X_{t-b} + N_t \qquad (2.2.12)$$

atau dengan menggunakan model ARIMA

$$Y_t = \partial^{-1}(B)\ w(B)\ X_{t-b} + \Theta(B)\ \phi(B)^{-1}\ a_t \qquad (2.3.13)$$

Model ini digunakan bila dalam menguji N_t masih terdapat pola yang dapat diidentifikasi sebagai model stokastik

ARIMA. Jika dalam pengujian N_t tidak ditemukan pola lagi, model (2.2.12) yang digunakan sebagai model fungsi Transfer.

2.2.3. Korelasi Silang

Dengan cara yang sama pada identifikasi model stokastik yaitu dengan menggunakan autokorelasi, maka untuk mengidentifikasi model fungsi transfer digunakan korelasi silang antara deret input dan deret output.

Sebagai gambaran deret waktu input X_t berhubungan sistem dengan deret waktu output Y_t dari proses stokastik bivariate yang berpasangan (X_t, Y_t). Suatu proses stokastik linier mempunyai mean μ dan autokovariansi g_k, atau ekivalen dengan mean μ dan variansi σ^2 serta autokorelasi r_k. Apabila data dari proses stokastik (X_t, Y_t) tidak stasioner, maka dilakukan pembedaan sehingga proses menjadi stasioner (x_t, y_t), dimana $x_t = (1 - B)^d X_t$ dan $y_t = (1 -B)^b Y_t$. Kestasioneran tercapai apabila x_t dan y_t mempunyai mean yang konstan (μ_x, μ_y) serta variansi yang konstan yaitu (σ^2_x, σ^2_y). Jika proses diasumsikan mempunyai distribusi normal, maka mempunyai karakteristik mean μ_x dan μ_y serta matriks kovariansi :

$$\Sigma_{xy} = \begin{bmatrix} g_{xx} & g_{xy} \\ g_{yx} & g_{yy} \end{bmatrix}$$

Koefisien autokovariansi dari masing-masing deret di-definisikan sebagai :

$$g_{xx}(k) = E[(x_t-\mu_x)(x_{t+k}-\mu_x)] = E[(x_t-\mu_x)(x_{t-k}-\mu_x)] \qquad (2.2.14)$$

$$g_{yy}(k) = E[(y_t-\mu_y)(y_{t+k}-\mu_y)] = E[(y_t-\mu_y)(y_{t-k}-\mu_y)]$$

Bentuk kovariansi lain yang dapat disusun ke dalam bentuk matrik adalah kovariansi silang antara deret waktu x_t dan deret waktu y_t.

$$g_{xy}(k) = E\ [(x_t-\mu_x)(y_{t+k}-\mu_y)] \qquad k = 1,\ 2,\ .\ .\ . \qquad (2.2.15)$$

$$g_{yx}(k) = E\ [(y_t-\mu_y)(x_{t+k}-\mu_x)] \qquad k = 1,\ 2,\ .\ .\ .$$

Secara umum g_{xy} tidak sama dengan g_{yx}, namun apabila di-atur kembali pada persamaan diatas diperoleh :

$$g_{xy}(k) = E[(x_{t-k}-\mu_x)(y_t-\mu_y)] = E[(y_t-\mu_y)(x_{t-k}-\mu_x)]$$
$$= g_{yx}(-k) \qquad (2.2.16)$$

Koefisien korelasi silang dari proses bivariate adalah :

$$r_{xy}(k) = g_{xy}(k)\ [\sigma_x\ \sigma_y]^{-1} \qquad (2.3.17)$$
$$k = \pm 1,\ \pm 2,\ .\ .\ .\ .$$

Dalam model Fungsi Transfer, selain digunakan untuk identifikasi korelasi silang digunakan untuk melihat apakah

noise a_t pada model ARIMA sudah *white noise.*
Untuk mengetahui dibuat korelasi silang antara deret a_t dan α_t yang diperoleh pada waktu melakukan prewhitening input.

2.2.4. Perumusan model

Kombinasi fungsi transfer dengan *noise* adalah :

$$Y_t = \delta^{-1}(B)\ w(B)\ X_{t-b} + N_t \qquad (2.2.18)$$

atau

$$y_t = V_0 x_t + V_1 x_{t-1} + \ . \ . \ . \ + n_t$$

jika persamaan (2.2.18) dikalikan dengan x_{t-k} untuk $k \geq 0$ diperoleh :

$$x_{t-k} y_t = V_0 x_{t-k} x_t + V_1 x_{t-k} x_{t-1} + \ . \ . \ . \ + x_{t-k} n_t \qquad (2.2.19)$$

dengan asumsi bahwa x_{t-k} tidak berkorelasi dengan n_t untuk semua nilai k, maka persamaan (2.2.19) apabila diekspektasikan menjadi :

$$g_{xy}(k) = V_0 g_{xx}(k) + V_1 g_{xx}(k-1) + \ . \ . \ . \qquad k = 0,\ 1,\ 2,\ . \ . \ . \qquad (2.2.20)$$

2.2.4.1. *Prewhitening* Deret Input Dan Output

Identifikasi dapat dilakukan apabila deret input adalah *white-noise* yang stasioner dalam model Autoregresi dan Moving Average. Identifikasi dan model untuk deret input dinyatakan dalam :

$$\phi(B)\ \theta^{-1}(B)\ x_t = \alpha_t \qquad (2.2.21)$$

dimana x_t dan α_t tidak berkorelasi.

untuk mempertahankan integritas hubungan antara deret input dan output, maka deret output juga dimodelkan sama seperti deret input.

$$\phi(B)\ \theta^{-1}(B)\ y_t = \beta_t \qquad (2.2.22)$$

Model dari persamaan (2.2.17) dapat ditulis :

$$\beta_t = V(B)\ \alpha_t + e_t \qquad (2.2.23)$$

e_t adalah model dari deret *noise* yang dimodelkan sebagai :

$$e_t = \phi(B)\ \theta^{-1}(B)\ n_t \qquad (2.2.24)$$

Persamaan (2.2.23) jika dikalikan dengan α_{t-K} untuk kedua sisinya dan diekspektasikan diperoleh :

$$g_{\alpha\beta}(K) = V_K\ \sigma_\alpha^2 \qquad (2.2.25)$$

dimana $g_{\alpha\beta}(K) = E(\alpha_{t-K}\ \beta_t)$ adalah kovarians silang antara α dan β pada lag K, maka :

$$V_K = \frac{g_{\alpha\beta}(K)}{\sigma^2_\alpha}$$

atau dengan mensubtitusikan korelasi silang diperoleh :

$$V_K = r_{\alpha\beta}(k)\ \sigma_\beta\ (\sigma_\alpha)^{-1} \qquad (2.3.26)$$

Dalam praktek korelasi silang dan standart deviasi diestimasi dengan $r_{\alpha\beta}(k)$, s_α dan s_β. Maka persamaan (2.2.26) menjadi:

$$V_K = r_{\alpha\beta}(k)\ s_\beta\ (s_\alpha)^{-1} \qquad (2.2.27)$$

Memperhatikan dua deret *white noise* yang bebas, maka korelasi silang antara kedua deret *white noise* tersebut diharapkan akan nol dan kesalahan standar diperkirakan $n^{-½}$. Bartllet memperluas gagasan untuk dua kasus yang tidak berkorelasi satu diantaranya *white-noise*, dan untuk korelasi silang dengan lag k mempunyai standar deviasi

$$SE\ r_{\alpha\beta}(k) = (n-k)^{-½}$$

2.2.4.2. Model Deret *Noise*

Model yang telah diberikan pada persamaan terdahulu adalah :

$$y_t = V(B)\ x_t + n_t$$

Dengan menggunakan estimasi dari bobot respons impuls V(B) dari fungsi transfer diperoleh estimasi dari deret *noise* yaitu :

$$n_t = \partial(B) y_t - w(B)\ x_t \qquad (2.2.28)$$

Sehingga diperoleh suatu model dari deret *noise* yang bera-asal dari deret input output.

2.2.4.3. Menentukan Nilai r, s, b

Konstanta fungsi transfer adalah r, s, b serta p, d, dan q. Untuk nilai r, s dan adalah sebagai berikut :

1. Nilai b menyatakan bahwa Y_t tidak dipengaruhi oleh X_t sampai periode t+b atau

   $Y_t = OX_t + OX_{t+1} + \ldots + wX_{t+b}$
2. Nilai s menyatakan untuk seberapa lama deret output (Y_t) terus dipengaruhi oleh nilai X yang baru

   Y_t dipengaruhi oleh $(X_{t-b-1}, X_{t-b-2}, \ldots, X_{t-b-s})$
3. Nilai r menunjukkan bahwa Y_t berkaitan dengan nilai masa lalunya.

   Y_t dipengaruhi oleh $(Y_{t-1}, Y_{t-2}, \ldots, Y_{t-r})$

Dari sini dapat digaris bawahi bahwa nilai (r, s, b) menunjukkan :

1. Sampai lag ke b korelasi silang tidak berbeda dengan nol secara statistik.
2. Untuk s lag selanjutnya, korelasi silang tidak akan menunjukkan pola yang jelas.
3. Untuk r lag selanjutnya , korelasi silang menunjukkan pola yang jelas.

2.2.4.4. Estimasi Parameter

Estimasi parameter dalam perumusan model adalah penting untuk melihat keterkaitan dari pada variabel yang ada dalam model. Dengan mengambil nilai awal X_0, Y_0 dan a_0 yang berguna untuk memilih parameter $(b, \partial, w, \phi, \Theta)$ berturut-turut nilai a_t adalah :

$$a_t = a_t(b\ \partial\ w\ \phi\ \Theta |\ X_0\ Y_0\ a_0) \quad \text{untuk } t > 1$$

dengan mengasumsikan a_t berdistribusi normal, maka pendekatan maksimum likelihood dapat diperoleh dengan meminimumkan kondisi dari jumlahan kuadrat

$$S_0(b\ \partial\ w\ \phi\ \Theta) = \sum_{t=1}^{n} a_t^2\ (b\ \partial\ w\ \phi\ \Theta) \qquad (2.2.29)$$

Untuk mendapatkan nilai estimate parameter dari ∂ dan w dengan menggunakan subtitusi dari persamaan (2.2.11)

2.2.4.5 Statistik Uji

Uji Statistik dalam model fungsi transfer digunakan untuk menguji residualnya. Model Fungsi Transfer telah sesuai bila :

1. Autokorelasi dari a yaitu $r_{aa}(k)$ tidak signifikan dengan nol.
2. Korelasi silang yang melibatkan input dan residualnya, dalam hal ini korelasi silang antara residual a_t dengan α_t secara statistik tidak signifikan.

Untuk pengujian secara keseluruhan dari model dengan menggunakan dapat uji Chi-kuadrat

$$Q = n \sum_{k=1}^{m} r_{\alpha\beta}(k)^2 \qquad (2.2.30)$$

dimana n = jumlah pengamatan

m = lag yang diperhitungkan

nilai dari perhitungan persamaan (2.2.30) dibandingkan dengan nilai dari Chi-kuadrat tabel dengan derajat kebebasan (m-p-q-r-s).

2.2.4.6. Peramalan Fungsi Transfer

Dalam meramalkan fungsi transfer deret waktu Y_t, Y_{t-1}, Y_{t-2}, . . . diperlukan informasi yang dihasilkan dari deret X_t, X_{t-1}, . . . , apabila fungsi transfer telah dimodelkan

$$y_t = \partial^{-1}(B)\; w(B)\; x_{t-b} + \phi^{-1}(B)\; \Theta(B)\; a_t$$
$$b \geq 0$$

dimana *noise* independen tidak tergantung pada input x_t.
Persamaan diatas dapat ditulis

$$y_t = V(B)\; \alpha_t + q(B)\; a_t \qquad (2.2.31)$$

maka peramalan $y_t(l)$ dari y_{t+l} adalah :

$$y_t(l) = \sum_{j=0}^{\infty} V_{l+j}\; \alpha_j + \sum_{j=0}^{\infty} q_{l+j}\; a_t$$

$$\begin{aligned} y_t(l) = (y_{t+l}) &= \partial_1(y_{t+l-1}) + \partial_2(y_{t+l-2}) + \;.\;.\;.\; + \\ &\partial_{p+r}(y_{t+l-p-r}) + w_0(x_{t+l-b}) + w_1(x_{t+l-b-1}) - \\ &.\;.\;.\; - w_{p+s}(x_{t+l-b-p-s}) + a_{t+l} - \Theta_1(a_{t+l-1}) \\ &- \;.\;.\;.\; - \Theta_{q+r}(a_{t+l-q-r}) \end{aligned}$$

dimana

$$y_{t+j} \begin{cases} y_{t+j} & j \leq 0 \\ y_t(j) & j \geq 0 \end{cases}$$

$$x_{t+j} \begin{cases} x_{t+j} & j \leq 0 \\ x_t(j) & j \geq 0 \end{cases}$$

$$a_{t+j} \begin{cases} a_{t+j} & j \leq 0 \\ 0 & j \geq 0 \end{cases}$$

dan a_t dihitung dari

$$a_t = y_t - y_{t-1}(1)$$

maka variansi peramalan adalah

$$Y_{t+l} - Y_t(l) = \sum_{i=0}^{l-1} \{V_i \alpha_{t+l-i} + q_i a_{t+l-i}\} + \sum_{j=0}^{\infty} \{(V_{l+j} - V'_{l+j})\, \alpha_{t-j} + (q_{l+j} - q'_{l+j})\, a_{t-j}\}$$

dan

$$E\{Y_{t+l} - Y_t(l)\}^2 = \{V^2_0 + V^2_1 + \ldots + V^2_{l-1}\, \sigma^2_\alpha + \{1 + q^2_1 + \ldots + q_{l-1}{}^2\}\, \sigma^2_a + \sum_{j=0}^{\infty} \{(V_{l+j} - V_{l+j}')\sigma^2_\alpha + (q_{l+j} - q_{l+j}')\, \sigma^2_a\}$$

akan minimum jika $V_{l+j}' = V_{l+j}$ dan $q_{l+j}' = q_{l+j}$ maka varians dari peramalan selang l tahap kedepan adalah :

$$\begin{aligned} Var(l) &= E\,(Y_{t+l} - Y_t(l))^2 \\ &= \sigma^2_\alpha \sum_{j=0}^{l-1} V^2_j + \sigma^2_a \sum_{j=0}^{l-1} q^2_j \end{aligned} \qquad (2.2.32)$$

2.3 Analisis Regresi

Analisis Regresi merupakan salah satu cara untuk menghilangkan adanya pola deterministik dari suatu data Time Series agar deret tersebut menjadi stasioner. Misalkan suatu data Time Series yang mempunyai loncatan (jump), trend, atau gabungan antara kedusnya .

Analisis Regresi adalah suatu metoda yang digunakan untuk mencari pola hubungan antara beberapa variabel bebas (prediktor) dengan satu variabel respon (dependen).

Suatu data yang mempunyai loncatan, data tersebut akan digunakan sebagai variabel respon (X) dan sebagai variabel bebas (D) digunakan variabel dummy dimana :

$$0 \text{ untuk } X < \bar{X} \quad \text{dan } 1 \text{ untuk } X > \bar{X}$$

sedangkan untuk data yang mempunyai trend, sebagai variabel bebas (D) digunakan variabel dummy urutan waktu pada data saat mulai menampakkan trend sampai tidak ada trend sedang yang lainya dipakai nilai 0.

Model Regresi Linier dapat ditulis sebagai :

$$X_i = \beta_0 + \beta_1 D_{1i} + \beta_2 D_{2i} + \ldots + \beta_p D_{pi} + W_i$$

$$i = 1, 2, \ldots, n$$

dalam bentuk matrik dapat ditulis:

$$\begin{bmatrix} X1 \\ X2 \\ . \\ . \\ Xn \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & D11 & D12 & \ldots & D1p \\ 1 & D21 & D22 & \ldots & D2p \\ . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . \\ 1 & Dn1 & Dn2 & \ldots & Dnp \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta 1 \\ \beta 2 \\ . \\ . \\ \beta n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} W1 \\ W2 \\ . \\ . \\ Wn \end{bmatrix}$$

secara umum dapat ditulis

$$X = D\beta + W \qquad (2.3.1)$$

dengan X = variabel respon, D = matriks variabel prediktor, β = parameter model, W = residual

2.3.1 Menaksir Parameter Regresi

Untuk mendapatkan nilai parameter-parameter dilakukan estimasi terhadap β_0, β_1, ..., β_p yaitu b_0, b_1, ..., b_p : dengan menggunakan metoda *Least Square*. Metoda ini akan memberikan penaksir tidak bias dan terbaik bagi β. Nilai estimasi parameter ini diperoleh dengan meminimumkan varians sedemikian rupa sehingga ΣW_i^2 minimum. Hal ini diperoleh dengan jalan menurunkan secara partial terhadap b_0, b_1, ..., b_p dan menyamakan dengan nol.

Dari persamaan (2.3.1) didapatkan:

$$X = Db + W$$

$$W = X - Db$$

sehingga didapatkan

$$\begin{aligned} W'W &= (X - Db)'(X - Db) \\ &= X'X - b'D'X - X'Db + b'D'Db \\ &= X'X - 2b'D'X + b'D'Db \end{aligned}$$

dengan jalan menurunkan W'W terhadap b secara partial berdasarkan aturan turunan matrik diperoleh :

$$\frac{\partial(W'W)}{\partial b} = -2\ D'X + 2\ D'D\ b \qquad (2.3.2)$$

Kemudian disamakan dengan nol, didapatkan :

$$\begin{aligned} D'Db &= D'X \\ b &= (D'D)^{-1}\ D'X \end{aligned}$$

dengan syarat $(D'D)^{-1}$ non singular,

dimana $b' = [\ b_o\ b_1\ \ldots\ b_p\ ]$, jadi model regresi dapat ditulis : $X = b_o + b_1D_1 + \ldots + b_pD_p$ (2.3.3)

2.3.2 Pengujian Parameter βi

Setelah mendapatkan estimasi dari parameter, model yang diperoleh diuji. Pengujian ini dengan maksud untuk mengetahui apakah model persamaan regresi tersebut sesuai dengan data yang dipakai. Ada dua macam uji untuk persamaan Regresi :

1. **Uji Model Serentak**

Hipotesis dari uji model serentak :

H_o : $\beta_i = 0$; $i = 0, 1, 2, \ldots, p$

H_1 : ada salah satu yang tidak sama dengan nol

Untuk mengetahui diterima atau ditolak dari hipotesis diatas digunakan tabel Analisis Variansi.

TABEL II.3.1 Analisis Variansi Untuk Regresi

Sumber	dk	Jumlah Kuadrat	Rata-Rata Kuadrat
Regresi	1	$JK_{regresi}$	$RK_{regresi}$
Residual	n-2	$JK_{residual}$	$RK_{residual}$
Total	n-1	JK_{total}	

Dimana :

$$JK_{regresi} = \Sigma\ (\hat{X}_i - \bar{X})^2$$

$$JK_{total} = \Sigma\ (X_i - \bar{X}_i)^2$$

$$JK_{residual} = \Sigma\ (X_i - \hat{X}_i)^2$$

secara matrik dapat ditulis :

$$JK_{regresi} = (b'D'X - nX^2)$$

$$JK_{total} = (X'X - nX^2)$$

$$JK_{residual} = (X'X - b'D'X)$$

$$RK_{regresi} = JK_{regresi}$$

$$RK_{residual} = \frac{JK_{residual}}{n - 2}$$

$$F_{ratio} = \frac{RK_{regresi}}{RK_{residual}}$$

Keputusan :

- Tolak H_o jika $F_{ratio} > F_{tabel}\ (p, n-p,\ \alpha)$ yang berarti ada paling sedikit satu koefisien dari variabel bebas mempunyai sumbangan yang nyata terhadap variabel respon.
- Terima H_o jika $F_{ratio} < F_{tabel}\ (p, n-p, \alpha)$ Yang berarti koefisien dari variabel bebas tidak mempunyai sumbangan yang nyata terhadap variabel respon.

2. Uji Model Secara Individu

Untuk menguji tiap koefisien model persamaan regresi digunakan uji Model Secara Individu. Bentuk dari hipotesis individu : $H_0 : \beta_i = 0$

$H_1 : \beta_i \neq 0, \; i = 0 , 1 , \ldots , p$

$$\text{Uji t} : t_{hit} = \frac{b_i - \beta_i}{S_d(b_i)}$$

dimana :

b_i = nilai taksiran untuk β_i yang ada dalam model

β_i = nilai dari β_i dengan menganggap H_i benar

$$S_d(b_i) = \frac{\Sigma\ (D^2{}_i)}{n\ \Sigma\ (D_i - D)^2}\ S$$

$S = RK_{residual}$

Keputusan :

- Jika $t_{hitung} > t_{tabel}\ (n-p, 1, \alpha/2)$

  maka tolak H_o, yang berarti bahwa β_o tidak sama dengan nol
- Jika $t_{hitung} < t_{tabel}\ (n-p, 1, \alpha/2)$

  maka terima H_o, yang berarti bahwa β_o sama dengan nol

---oOo---

BAB III

BAHAN DAN METODA PENELITIAN

3. 1. BAHAN PENELITIAN

Untuk penyelesaian masalah, data merupakan salah satu bahan penelitian yang sangat penting untuk mengungkapkan dan menguji dugaan-dugaan yang timbul. Untuk itu perlu diupayakan untuk mendapatkan data yang selengkap-lengkapnya sehingga penyelesaian masalah sesuai dengan kenyataan yang ada.

Bahan penelitian ini diperoleh melalui pencatatan terakhir pada tiap bulan mulai April 1984 sampai Maret 1990 dari Dinas Peternakan Dati I Daerah Propinsi Jawa Timur dengan daerah penelitian kabupaten Blitar.

Tabel 3. 1. 1 Jumlah Akseptor IB Sapi Potong (Ekor)

	'84/'85	'85/'86	'86/'87	'87/'88	'88/'89	'89/'90
Apr	207	299	138	153	254	232
Mei	162	248	238	154	214	226
Jun	158	169	220	147	274	271
Jul	133	243	264	204	354	296
Agt	167	297	207	211	332	287
Spt	191	298	289	251	359	475
Okt	188	310	247	217	365	410
Nop	193	214	324	342	374	405
Des	286	282	323	323	336	414
Jan	269	294	271	246	258	351
Peb	257	275	287	222	293	238
Mar	240	266	284	259	311	328

Tabel 3.1.2 Jumlah Kelahiran Sapi Potong (Ekor)

	'84/'85	'85/'86	'86/'87	'87/'88	'88/'89	'89/'90
Apr	48	64	79	77	76	129
Mei	37	49	68	107	106	165
Jun	45	87	96	67	104	156
Jul	27	39	106	117	131	203
Agt	30	150	104	106	134	130
Sep	41	133	91	72	152	209
Okt	42	81	89	110	151	166
Nop	24	86	106	110	133	119
Des	67	101	37	135	133	193
Jan	53	77	68	91	143	178
Peb	76	95	57	126	115	119
Mar	63	77	101	99	167	123

3.2. METODE PENELITIAN

3.2.1. Analisis Time Series

Analisis Time Series digunakan untuk mendapatkan model dari variabel diketahui. Adapun langkah-langkah pada Analisis ini adalah :

1. **Plot data Time Series**

   Langkah pertama yang baik untuk menganalisis data Time Series adalah membuat plot data secara grafis. Dari plot ini dapat diduga perilaku pola data tersebut, apakah plot tersebut mempunyai trend atau pengaruh musiman. Dan dapat dilihat apakah data stasioner pada rata-rata dan variansinya. Bila dijumpai plot yang tidak stasioner, pembedaan satu kali dapat dilakukan agar data menjadi stasioner. Dengan cara transformasi, dilakukan untuk data yang mempunyai variansi yang tidak stasioner atau data yang mempunyai trend tertentu.

Dalam suatu kasus dapat juga ditemui plot data yang mempunyai pola deterministik, seperti loncatan (jump), trend, atau gabungan dari kedua pola tersebut. Untuk menghilangkan pola deterministik ini digunakan Analisis Regresi. Dari residual Analisis Regresi akan didapat data yang sudah tidak memiliki loncatan.

2. **Mendapatkan Koefisien Autokorelasi dan Parsial Autokorelasi**

Dari perhitungan koefisien Autokorelasi dan Parsial Autokorelasinya akan dapat memperjelas apakah data yang digunakan merupakan data stasioner atau data yang belum stasioner. Hal ini dapat dilihat dari plot koefisien tersebut, data yang tidak stasioner biasanya plot Autokorelasinya menurun dengan lambat menuju nol, bila hal ini terjadi dapat dilakukan pembedaan satu kali agar mendapatkan data yang stasioner. Bila dalam pembedaan satu kali masih didapat data yang tidak stasioner, pembedaan dapat dilakukan satu kali lagi sampai diperoleh data yang stasioner. Dalam praktek, pembedaan ini paling banyak dilakukan dua kali, pembedaan tiga kali atau lebih jarang sekali dilakukan.

3. **Identifikasi**

Pada langkah ini dilakukan setelah mendapatkan data yang telah stasioner, dengan melihat plot Autokorelasi maupun plot Parsial Autokorelasinya.
Terdapat berbagai cara untuk menentukan model ARIMA dari plot-plot tersebut (lihat tabel II.2.2). Biasanya untuk menentukan model, diperoleh beberapa macam dugaan model ARIMA.

4. **Estimasi**

Dari model yang telah ditentukan, dilakukan perhitungan untuk menaksir parameter-parameter model ARIMA.

Ada beberapa cara untuk mendapatkan estimasi parameter dari model. Box - Jenkins lebih mendukung pemakaian menurut kriteria maksimum *Likelihood* untuk penentuan parameter.

Hasil yang diperoleh dari perhitungan ini, dapat dipakai untuk memeriksa apakah model sudah memenuhi syarat-syarat yang harus dipenuhi dalam model ARIMA (lihat sub-bab 2.1.2.2 dan 2.1.2.3). Untuk itu penetapan beberapa model ARIMA lebih baik dilakukan agar dapat terlihat adanya model-model yang memenuhi syarat.

5. Pengujian Model

Langkah ini dilakukan untuk memeriksa ketetapan suatu model dari deret waktu. Cara yang digunakan adalah dengan menguji residualnya.

Residual dari model ARIMA yang diperoleh harus memenuhi asumsi *white-noise* yaitu tidak adanya korelasi antar residualnya atau tidak mempunyai pola apapun. Hal ini dapat dilihat dari plot autokorelasinya. Untuk uji distribusi normal residualnya dapat digunakan kertas plot normal.

Uji Statistik yang digunakan untuk memeriksa apakah residual dari Time Series berupa *white noise* adalah lah pendekatan statistik Chi-kuadrat (statistik Box-Pierce).

6. Peramalan

Untuk melakukan peramalan, model yang dipakai harus melalui ke 5 langkah diatas. Hal ini penting agar ramalan yang diperoleh dapat mendekati aktualnya.
Setelah mendapatkan model yang sesuai, dengan memasukkan data yang ada dapat dihitung nilai ramalan sampai periode waktu yang diharapkan.

3.2.3. Analisis Fungsi Transfer

Analisis ini dilakukan untuk mendapatkan model yang menghubungkan dua data Time Series, dimana X_t sebagai deret input dan deret Y_t sebagai deret output.

Pada penelitian ini akan digunakan data bahan baku dari hasil yang diperoleh pada Analisis Multivariate sebagai deret input dan sebagai deret output digunakan hasil produksi semen dengan periode waktu yang sama dengan deret input tersebut.

Langkah-langkah untuk Analisis Fungsi Transfer adalah :

1. ***Prewhitening* Deret Input**

   Data yang telah ditetapkan sebagai deret input terlebih dahulu dilakukan pengecekan untuk mengetahui adanya data yang stasioner. Hal ini perlu karena proses *prewhitening* menggunakan data yang telah stasioner. Usaha mendapatkan data stasioner seperti pada saat menganalisis Time Series Univariabel (3.1.2).

   Setelah mendapatkan data stasioner langkah selanjutnya menetapkan model ARIMA terbaik untuk mendapatkan α_t.

2. ***Prewhitening* Deret Output**

   Agar dapat mempertahankan integritas hubungan fungsional antara deret input dan deret output, apa yang telah diperlakukan pada deret input juga harus dilakukan pada deret output. Misalnya : bila untuk mendapatkan data stasioner dari deret input perlu dilakukan transformasi logaritma natural maka deret output juga harus dilakukan transformasi logaritma natural.

Untuk mendapat *prewhitening* deret output dipakai model ARIMA yang telah ditetapkan pada deret input. Dari sini akan diperoleh deret β_t untuk deret output.

3. **Perhitungan Korelasi Silang Deret Input Dan Deret Output Yang Telah di *Prewhitening***

Langkah pertama yang dapat dilakukan untuk tahap ini adalah menghitung mean dan varians dari α_t dan β_t. Perhitungan korelasi silang dilakukan untuk mengetahui hubungan antara α_t dan β_t, dari plot korelasi silang akan dapat dilihat pola hubungan antara α_t dan β_t tersebut.

4. **Penaksiran Bobot Impuls serta Identifikasi (r, s, b)**

Penaksiran bobot impuls dapat dilakukan secara langsung dengan menggunakan rumus :

$$v_K = \frac{r_{\alpha\beta}(K)}{s_\alpha} \; s_\beta$$

Akan tetapi penaksiran ini dapat menghasilkan jumlah bobot impuls yang cukup besar. Untuk itu dapat dihindari dengan subtitusi nilai bobot impuls dengan

$$v_K = \frac{w(B)}{\partial(B)}$$

dimana $w(B) = w_0 - w_1 B - w_2 B^2 - . \; . \; . \; . - w_s B^r$

$$\partial(B) = 1 - \partial_1 B - \partial_2 B^2 - \ldots - \partial_r B^r$$

Persamaan ini lebih singkat, karena nilai r dan s biasanya jauh lebih kecil dari nilai k.
Penentuan nilai (r, s, b) dapat dilihat pada plot korelasi silang antara α_t dan β_t, cara menentukan telah dibahas disub bab 2.2.4.3 .

Dengan menggunakan bobot respons impuls, akan dapat dihitung nilai estimasi dari *noise* n_t dari model Fungsi Transfer. Kemudian dipilih model ARIMA yang sesuai untuk deret noise tersebut. Dari memodelkan deret *noise* n_t ini, akan diperoleh suatu model fungsi transfer

$$y_t = \frac{w\ (B)}{\partial\ (B)}\ x_{t-b} + \frac{\theta\ (B)}{\phi\ (B)}\ a_t$$

5. **Estimasi Parameter**

Nilai parameter yang perlu ditaksir adalah w, ∂, θ dan ϕ. Untuk mendapatkan parameter w dan ∂ dari subtitusi persamaan-persamaan yang menyatakan hubungan antara V(B) dengan w(B) dan ∂(B) yang dapat dilihat pada subbab 2.2.2. Sedangkan untuk mengestimasi nilai dari parameter deret noise ϕ dan θ dapat digunakan identifikasi model seperti pada Analisis Time Series.

6. **Pengujian Fungsi Transfer**

Seperti pada Analisis Time Series Univariate pengujian model fungsi transfer juga dilakukan untuk dapat mengetahui validitas model yang diperoleh. Yang perlu diperhatikan adalah nilai residual a_t dalam hubungan serial dengan dirinya sendiri atau juga terhadap deret input α_t. Untuk keperluan pengujian bahwa residual maka dapat dilakukan dengan melihat nilai autokorelasinya.

$$| r_k | \leq 2 \ SE \ (r_k)$$

---oOo---

BAB IV
ANALISIS DATA

4.1 ANALISIS TIME SERIES

Langkah awal untuk melakukan suatu peramalan adalah melalui pembentukan model peramalan, dimana salah satu metode untuk mendapatkannya adalah Analisis Time Series. Syarat utama untuk memodelkan suatu data kedalam model time series ialah kestasioneran dari data tersebut. Tetapi kondisi data yang demikian dalam realita sulit ditemui, yang antara lain disebabkan karena ada pengaruh musiman ataupun pengaruh pola yang bersifat deterministik. Untuk melihat apakah syarat kestasionairan tersebut terpenuhi maka dilakukan plot dari data terhadap waktu.

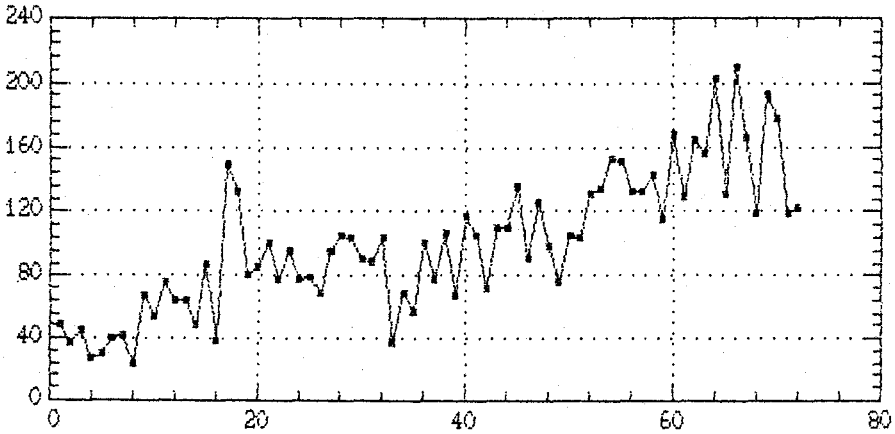
4.1.1 Analisis Jumlah Kelahiran Sapi Potong

Data jumlah kelahiran sapi di Kabupaten Blitar mempunyai informasi statistika sebagai berikut:

Tabel 4.1.1 Data Statistik Jumlah Kelahiran

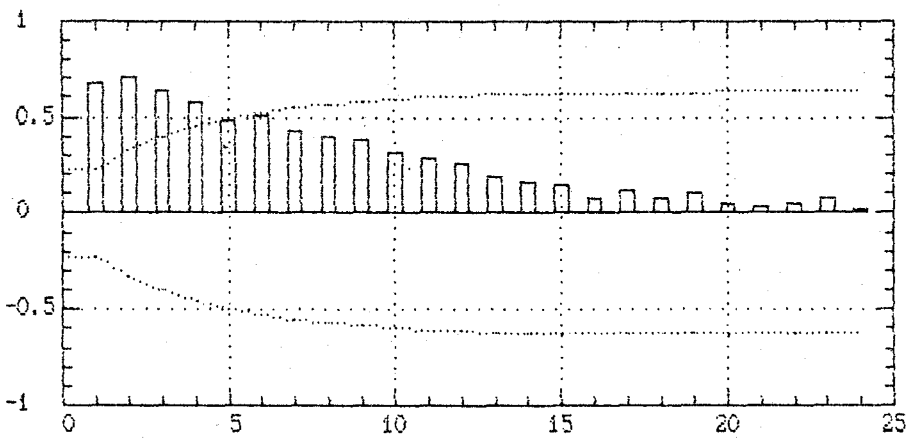
Rata-rata	100.611
Variansi	1874.04
Standart Deviasi	43.2902
Nilai Minimum	24
Nilai Maksimum	209
Range	185
Kuartil Bawah	68
Kuartil Atas	130.5
Median	101

Sebagai dasar penysunan model Arima, syarat kestasionairan harus dipenuhi dengan melihat plot series dari data jumlah kelahiran.

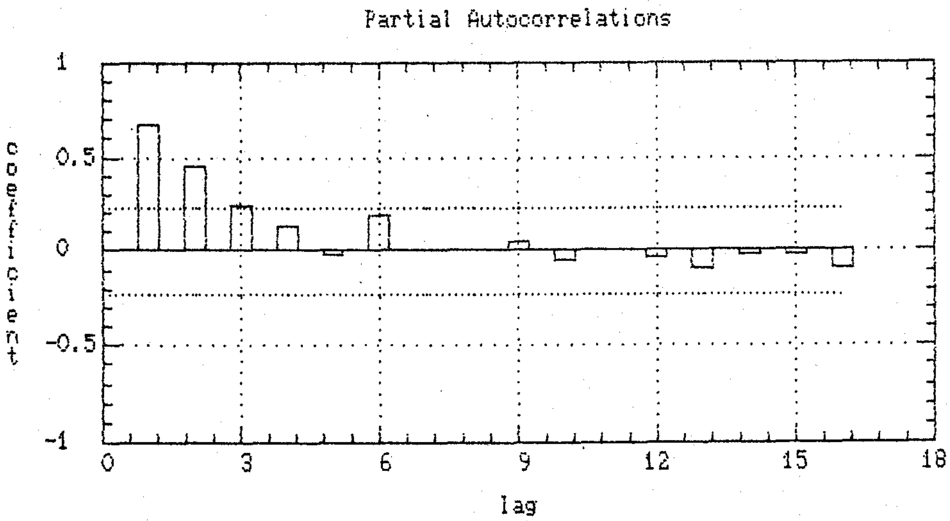


Gambar 4.1.1 Plot Deret Jumlah Kelahiran Sapi

Dari hasil plot diatas terlihat bahwa variansi sama besar pada setiap periode, ini merupakan salah satu petunjuk bahwa data sudah stasionair. Dilain hal series belum berada di sekitar rata-ratanya karena terlihat pola semakin naik. Untuk lebih meyakinkan kestasionairan data sekaligus memperoleh taksiran model sementara dapat dilihat melalui plot autokorelasi dan plot parsial autokorelasinya.



Gambar 4.1.2 Plot Autokorelasi Deret Jumlah Kelahiran



Gambar 4.1.3 Plot Parsial Autokorelasi Deret Jumlah Kelahiran

Dari plot parsial autokorelasi terlihat memiliki pola *cutt off* pada lag 1, lag 2 dan lag 3. Pada Autokorelasi mempunyai pola mengekor, maka model sementara yang dapat diduga adalah ARIMA (2 0 0).

Setelah mendapatkan model sementara, kemudian menghitung estimasi parameternya. Hasil estimasi dapat dilihat pada tabel berikut :

Tabel 4.1.2 Estimasi Model ARIMA (2 0 0) Deret Jumlah Kelahiran

Parameter	Estimasi	Std. Error	t-rasio	prob(>|t|)
AR(1)	0.39634	0.10575	3.74797	0.00037
AR(2)	0.51508	0.10685	4.82046	0.00001
Mean	8.91197	21.39637	3.13714	0.00254
Estimasi variansi *white noise* = 826.597				df=67
Chi-Kuadrat (21) = 15.0962				
probabilitas *white noise* = 0.716465				

Dapat dilihat diatas bahwa prob (>|t|) untuk ketiga parameter lebih kecil dari α = 5%, ini menunjukkan bahwa parameter tersebut significant. Untuk meyakinkan dapat diuji memakai uji t-statistik dengan hipotesis sebagai berikut :

1. H_0 : AR (1) = 0

   H_1 : AR (1) = 0

   Dengan t_{hitung} = 3.74797 dan t_{tabel} = 1.98

   Karena t_{hitung} > t_{tabel} maka H_0 ditolak yang artinya AR(1) significant pada α = 5%

2. H_0 : AR (2) = 0

   H_1 : AR (2) = 0

   Dengan t_{hitung} = 4.82046 dan t_{tabel} = 1.98

   Karena t_{hitung} > t_{tabel} maka H_0 ditolak yang artinya AR(2) significant pada α = 5%

3. H_0 : μ^1 = 0

   H_1 : μ^1 = 0

   Dengan t_{hitung} = 3.13714 dan t_{tabel} = 1.98

   Karena t_{hitung} > t_{tabel} maka H_0 ditolak yang artinya μ^1 significant pada α = 5%

Disamping pengujian diatas juga harus diperhatikan syarat yang harus dipenuhi untuk model ARIMA tersebut.

$$AR(1) = 0.39634 < 1$$

$$AR(2) + AR(1) = 0.91142 < 1$$

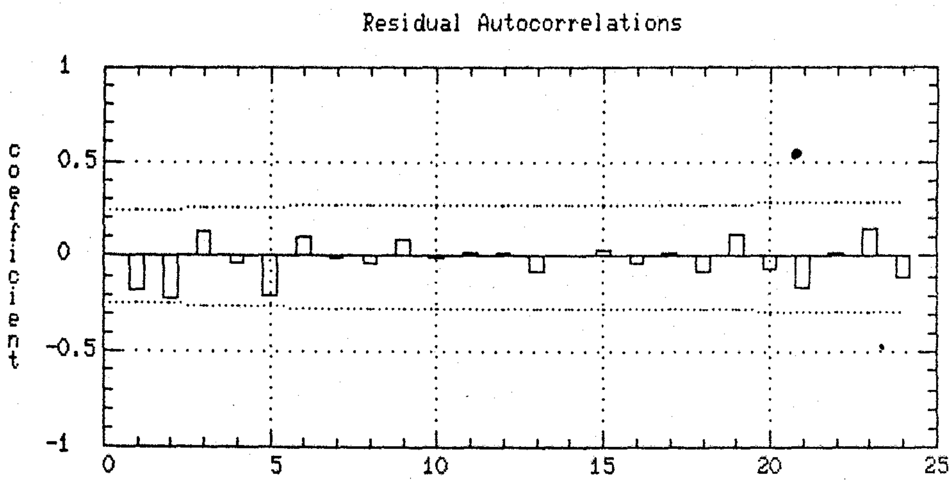
$$AR(2) - AR(1) = 0.11874 < 1$$

Untuk menguji residual dari model ARIMA ini digunakan hipotesis :

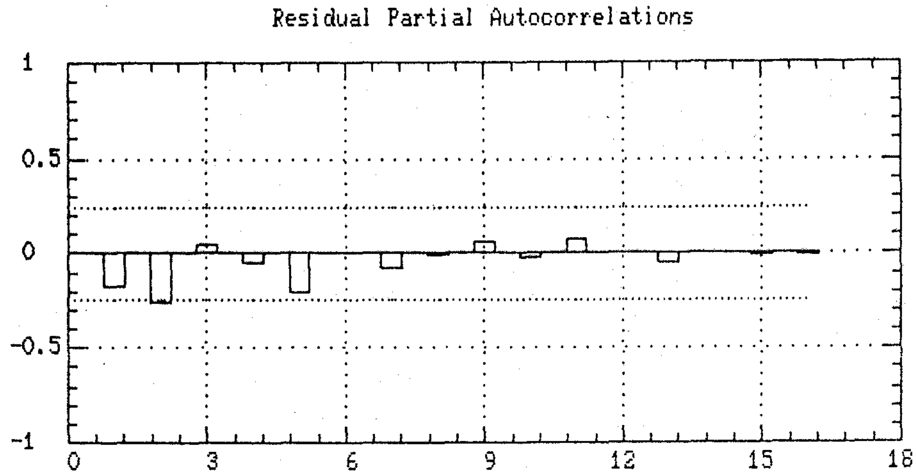
$H_0 : \rho_0 = \rho_1 = . . . = \rho_K = 0$

H_1 : ada satu yang tidak sama dengan nol

Dengan test statistik Q^* (21) = 15.0962 dan X^2 (21) = 32.7 (α = 5%). Karena $Q^* < X^2$ maka H_0 diterima. Ini artinya residual independent pada α = 5% dengan probabilitas *white noise* = 0.716465. Hal ini dapat diperkuat dengan plot autokorelasi dan plot parsial autokorelasi dibawah ini.



Gambar 4.1.4 Plot Residual Autokorelasi Model ARIMA (2 0 0) Deret Residual Jumlah Kelahiran



Gambar 4.1.5 Plot Residual Parsial Autokorelasi Model ARIMA (2 0 0) Deret Residual Jumlah Kelahiran

Sebagai pembanding perlu dilakukan *overfitting* untuk mengetahui bahwa model terbaik yang diperoleh adalah model yang paling baik. Kemungkinan model yang dicobakan adalah ARIMA (1 0 0) dan ARIMA (3 0 0).

Tabel 4.1.3 Estimasi Model ARIMA (1 0 0) Pada Jumlah Kelahiran

Parameter	Estimasi	Std. Error	t-rasio	Prob(>|t|)
AR(1)	0.68356	0.08844	7.72896	0.0000
Mean	31.8372	11.2139	8.63903	0.0000
Estimasi Variansi *white noise* = 103.29			df = 69	
Chi - kuadrat (22) = 26.5878				
Probabilitas *white noise* = 0.18492				

Dari tabel diatas terlihat probabilitas *white noise* terlalu kecil sehingga tidak memenuhi syarat. Maka model ARIMA (1 0 0) belum sesuai untuk deret jumlah kelahiran .

Tabel 4.1.4 Estimasi Model ARIMA (3 0 0) Pada Deret Jumlah Kelahiran

Parameter	Estimasi	Std. Error	t-rasio	Prob(>|t|)
AR(1)	0.26275	0.12005	2.18861	0.03222
AR(2)	0.43123	0.11263	3.82869	0.00029
AR(3)	0.28577	0.12496	2.28688	0.25470
Mean	2.03743	21.8396	2.14241	0.03591
Estimasi variansi *white noise* = 788.39			df = 65	
Chi - kuadrat (20) = 8.90416				
Probabilitas *white noise* = 0.94322				

Dari tabel estimasi diatas terlihat probabilitas *white noise* sangat tinggi, tetapi estimasi parameter AR(3) ternyata tidak significant pada α = 5%. Maka model ARIMA (3 0 0) belum sesuai untuk deret jumlah kelahiran.

Dari dua model yang dicobakan ternyata model ARIMA (2 0 0) merupakan model yang paling sesuai untuk deret jumlah kelahiran sapi.

4.1.1 Peramalan

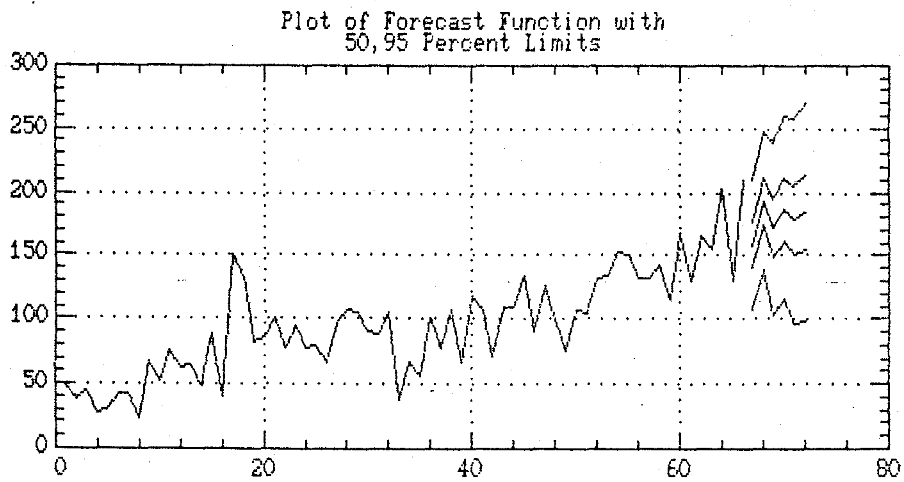
Untuk melihat sejauh mana kebagusan dari model tersebut untuk meramal, maka dicoba dengan cara data yang asli dipotong sebanyak enam buah kemudian diramalkan enam periode kedepan dan hasilnya dibandingkan dengan data actual. Model terbaik yang didapat adalah :

$$Z_t = 8.91197 + 0.39634\ Z_{t-1} + 0.51508\ Z_{t-2} + a_t$$

Dari model terbaik menghasilkan estimasi perama - lan sebagai berikut :

t	bln/thn	batas bawah	peramalan	batas atas	actual	simpangan
67	Okt/89	106.730	158.111	209.492	166	4.75 %
68	Nop/89	138.524	192.891	247.259	119	62.09 %
69	Des/89	103.553	171.178	238.803	193	11.31 %
70	Jan/90	114.388	186.730	259.072	178	4.90 %
71	Peb/90	97.106	177.712	258.318	119	49.34 %
72	Mrt/90	99.123	184.904	270.682	123	50.33 %
			Rata-rata penyimpangan			30.45 %

Hasil peramalan diatas bila dibandingkan dengan series jumlah kelahiran mulai periode 1 dapat dilihat plot berikut :



Gambar 4.1.6 Plot Peramalan Enam Periode Kedepan Model ARIMA (2 0 0) Jumlah Kelahiran

4.2 ANALISIS FUNGSI TRANSFER

Fungsi transfer digunakan untuk mendapatkan model yang menyatakan hubungan dinamis antara dua variabel yaitu variabel input dan variabel output.

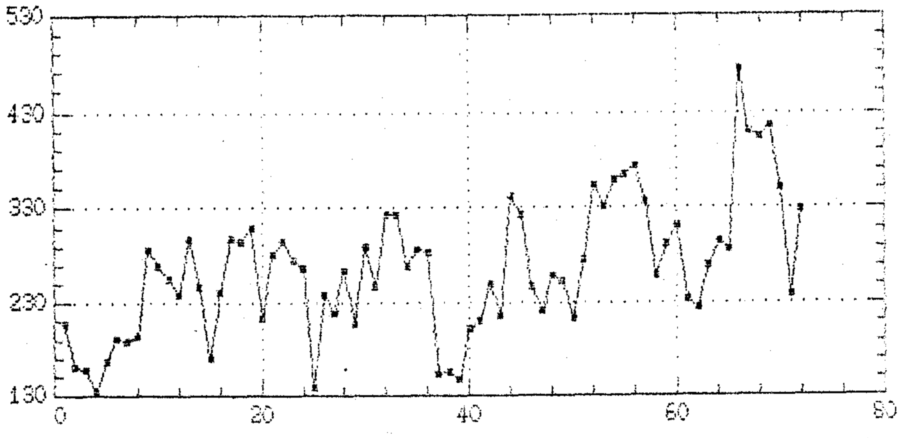
Dalam penelitian ini, akan digunakan dua macam variabel yaitu jumlah akseptor *inseminasi buatan* sapi potong sebagai varibel input dan jumlah kelahiran sapi potong sebagai variabel output. Informasi statistika yang didapat dari deret jumlah akseptor *inseminasi buatan* dapat dilihat pada tabel berikut

Tabel 4.2.1 Data Statistika Deret Jumlah Akseptor IB

Rata-rata	265.583
Variansi	5021.37
Standart Deviasi	70.8616
Nilai Minimum	133
Nilai Maksimum	475
Range	342
Kuartil Bawah	215.5
Kuartil Atas	304.5
Median	265

4.2.1 Prewhitening Deret Input Jumlah Akseptor IB

Syarat deret input adalah stasioner, langkah pertama yang dapat dilakukan adalah membuat plot data asli serta melihat pola-pola yang ada pada plot autokorelasi dan plot parsial autokorelasi.



Gambar 4.2.1 Plot Deret Jumlah Akseptor IB

Dari hasil plot diatas dan dari informasi statistika dapat dilihat bahwa variansi sangat besar, dan pada periode yang lebih panjang kemungkinan terjadi trend naik, ini menunjukkan adanya pola deterministik yang menyebabkan data belum stasioner. Dan sebelum melangkah untuk mendapatkan model time series perlu dilakukan cara untuk menghilangkan adanya pola deterministik tersebut.

Dengan menggunakan prinsip *Least Square* dapat diambil pola deterministik yang ada, dalam hal ini menghi - langkan adanya trend pada jumlah akseptor inseminasi buatan agar diperoleh data yang stasioner.

Untuk langkah ini series jumlah akseptor diguna - kan sebagai variabel respon, sedangkan variabel prediktor digunakan data urutan waktu dengan model

$$X = a + bD + e$$

dimana : X = Jumlah akseptor IB

D = Waktu yang diambil 1 . . . 72

Estimasi model regresi yang didapat sebagai berikut :

Parameter	Estimasi	Std. Error	t-value	Prob value
intercept	196.608	14.1042	13.9397	0.0000
slope	1.889	0.3358	5.6276	3.51E-7

Dari tabel diatas maka pola deterministik yang diperoleh adalah :

$$\hat{X} = 196.608 + 1.8897\ D + e$$

dengan hasil Analisis Variansi sebagai berikut :

Tabel 4.2.2 Analisis Variansi Pada Analisis Regresi Untuk Deret Jumlah Akseptor IB

Sumber	Jumlah kuadrat	dk	Rerata kuadrat	F-rasio
Regresi	111054.10	1	111054.10	31.67
Residual	245463.4	70	3506.62	
Total	356517.50	71		
R^2 = 55.8 %				
s = 59.2167				

Untuk meyakinkan bahwa model yang didapat telah sesuai, maka dilakukan pengujian berikut :

1. Pengujian Model Secara Serentak

Hipotesis yang digunakan :

H_0 : β_i = 0

H_1 : ada salah satu yang tidak sama dengan nol

Dari tabel 4.2.2 diperoleh F_{hitung} = 31.67 dan F_{tabel} (1, 70, α=5%) = 3.92 .

Karena F_{tabel} < F_{hitung} maka H_0 ditolak, ini artinya model telah significant.

2. Pengujian Secara Individu

Hipotesis : H_0 : β_i = 0

H_1 : β_i = 0

Dari perhitungan t_{hitung} diperoleh sama :

Parameter	t_{hitung}
β_0	13.9397
β_1	5.6276

Dari t_{tabel} = 1.98 pada α = 5 %, ternyata untuk semua parameter $|t_{hitung}|$ > t_{tabel}. Maka H_0 ditolak yang artinya parameter b_i semua significant .

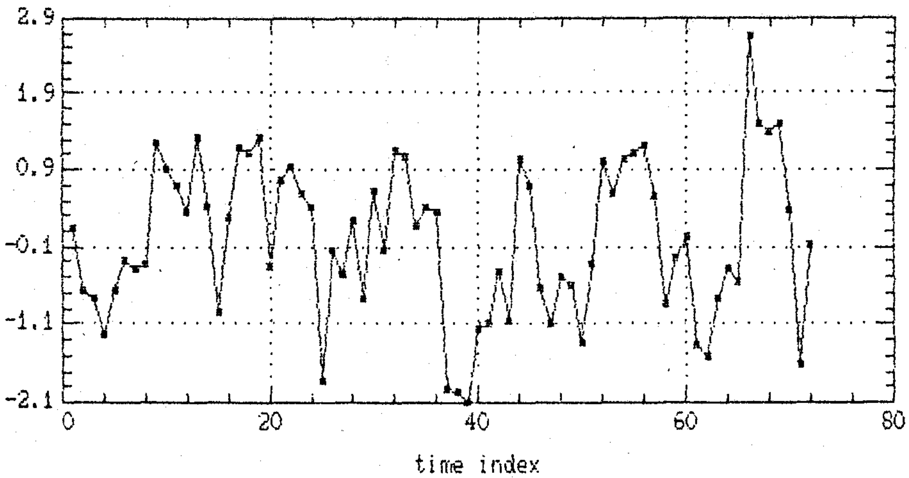
Setelah diketahui model pola deterministiknya, residual yang diperoleh digunakan untuk dipakai dalam men - dapatkan model time series. Dari data residual yang diperoleh punya informasi statistika berikut:

Tabel 4.2.3 Data Statistik Deret Residual Jumlah Akseptor IB

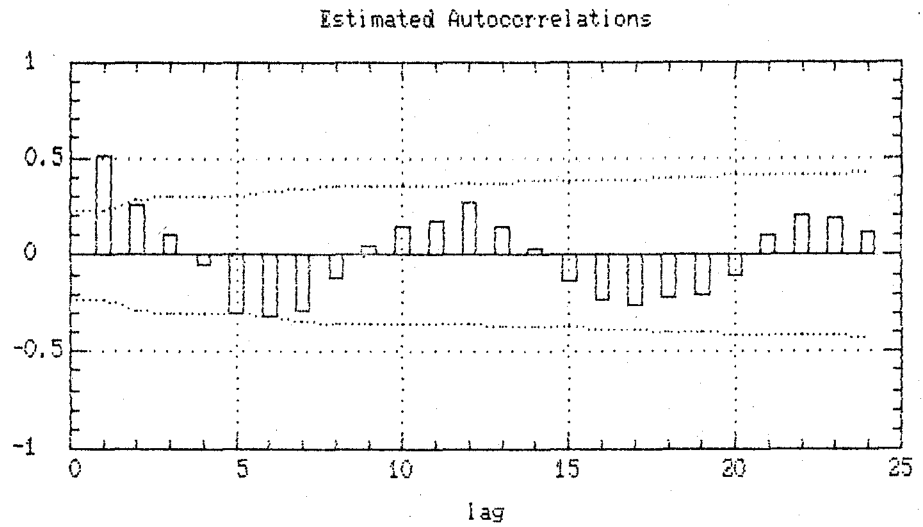
Rata-rata	6.01528E-4
Variansi	1.01441
Standart Deviasi	1.00710
Nilai Minimum	-2.09714
Nilai Maksimum	2.65113
Range	4.74827
Kuartil Bawah	-0.71556
Kuartil Atas	0.85033
Median	-0.031898

Kemudian membuat plot series residual akseptor inseminasi buatan berikut

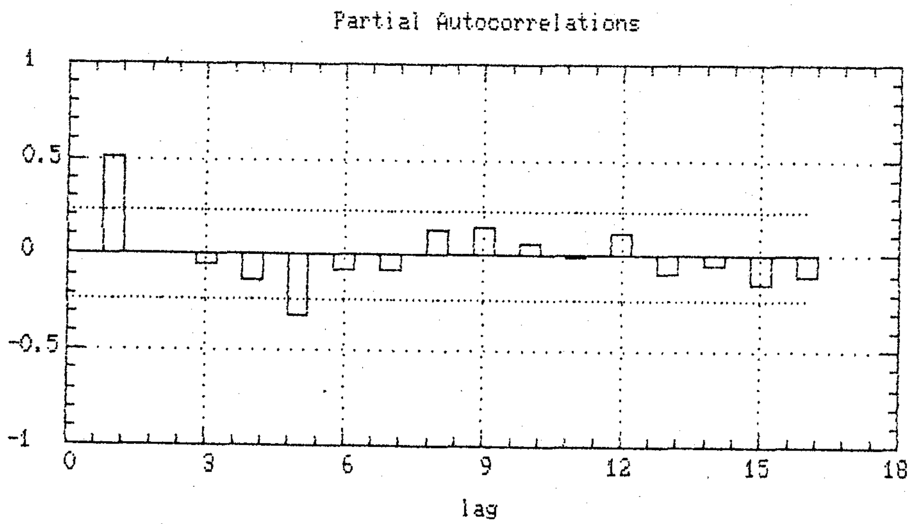
Gambar 4.2.2 Plot Residual Analisis Regresi Deret Jumlah Akseptor IB



Pada gambar diatas terlihat bahwa series sudah berada disekitar rata-ratanya yang menunjukkan sudah stasioner. Untuk memperoleh taksiran model sementara dapat dilihat melalui plot autokorelasi dan plot parsial autokorelasi



Gambar 4.2.3 Plot AotoKorelasi Residual Deret Akseptor IB



Gambar 4.2.4 Plot Parsial AutoKorelasi Residual Deret Akseptor IB

Dari plot parsial autokorelasi terlihat memiliki pola *cutt off* pada lag 1 dan lag 5. Pada AutoKorelasi mempunyai pola mengekor, maka model sementara yang dapat diduga adalah ARIMA (1 0 0) $(1\ 0\ 0)^5$.

Setelah mendapatkan model sementara, kemudian menghitung estimasi parameternya. Hasil estimasi dapat dilihat pada tabel berikut :

Tabel 4.2.4 Estimasi Model ARIMA $(1\ 0\ 0)(1\ 0\ 0)^5$
Deret Residual Jumlah Akseptor IB

Parameter	Estimasi	Std. Error	t-rasio	prob(>|t|)
AR(1)	0.49235	0.10056	4.89588	0.0000
SAR(5)	-0.30846	0.10577	-2.91643	0.00486
Estimasi variansi *white noise* = 0.72597				df=65
Chi-Kuadrat (22) = 9.89629				
probabilitas *white noise* = 0.970005				

Dapat dilihat diatas bahwa prob (>|t|) untuk ketiga parameter lebih kecil dari α = 5%, ini menunjukkan bahwa parameter tersebut significant. Untuk meyakinkan dapat diuji memakai uji t-statistik dengan hipotesis seba - gai berikut :

1. H_0 : AR (1) = 0

   H_1 : AR (1) = 0

   Dengan t_{hitung} = 4.89588 dan t_{tabel} = 1.98

   Karena t_{hitung} > t_{tabel} maka H_0 ditolak yang artinya AR(1) significant pada α = 5%

2. H_0 ; SAR (5) = 0

   H_1 ; SAR (5) = 0

   Dengan t_{hitung} = -2.91643 dan t_{tabel} = 1.98

   Karena t_{hitung} > t_{tabel} maka H_0 ditolak yang artinya AR(2) significant pada α = 5%

Disamping pengujian diatas juga harus diperhatikan syarat yang harus dipenuhi untuk model ARIMA tersebut.

AR (1) = 0.49235 < 1

AR (1) + SAR (5) = 0.0.18389 < 1

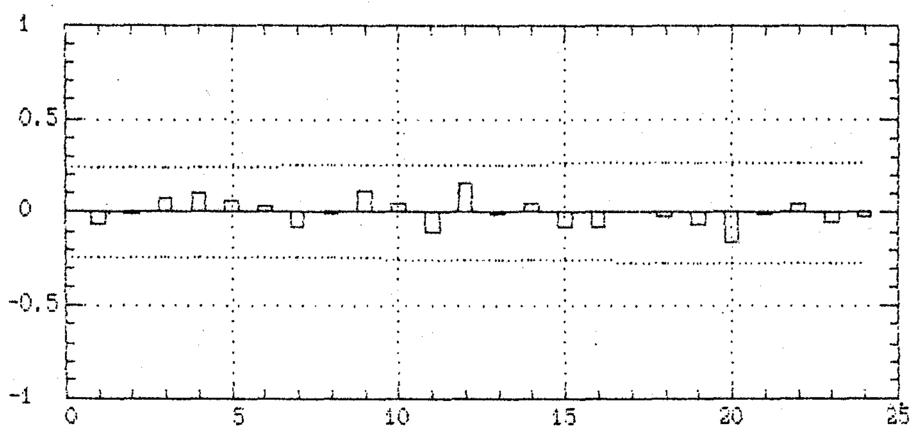
SAR (5) - AR (1) = -0.80081 < 1

Untuk menguji residual dari model ARIMA ini digunakan hipotesis :

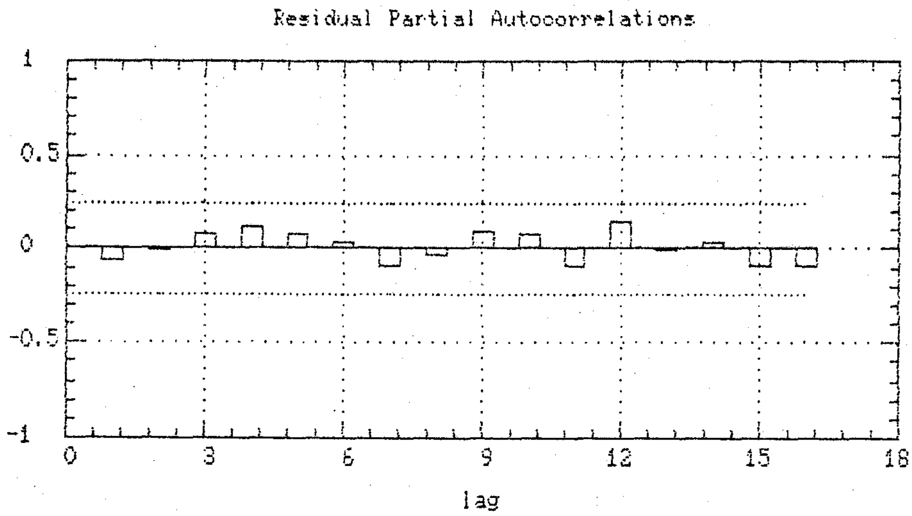
H_0 : $\rho_0 = \rho_1 = \ldots = \rho_K = 0$

H_1 : ada satu yang tidak sama dengan nol

Dengan test statistik Q^* (22) = 9.89629 dan X^2 (22) = 32.7 (α = 5%). Karena $Q^* < X^2$ maka H_0 diterima. Ini artinya residual independent pada α = 5% dengan probabilitas *white noise* = 0.0.9700058. Hal ini dapat diperkuat dengan plot autokorelasi dan plot parsial autokorelasi dibawah ini.



Gambar 4.2.5 Plot Residual Autokorelasi Model ARIMA (1 0 0) (1 0 0)^5 Deret Residual Jumlah Akseptor



Gambar 4.2.6 Plot Residual Parsial Autokorelasi Model ARIMA (1 0 0)(1 0 0)^5 Deret Residual Jumlah Akseptor

Sebagai pembanding perlu dilakukan *overfitting* untuk mengetahui bahwa model terbaik yang diperoleh adalah model yang paling baik. Kemungkinan model yang dicobakan adalah ARIMA (1 0 0) .

Tabel 4.2.5 Estimasi Model ARIMA (1 0 0) Deret Residual Jumlah Akseptor

Parameter	Estimasi	Std. Error	t-rasio	Prob(>|t|)
AR(1)	0.50897	0.10289	4.94696	0.0000
Estimasi Variansi *white noise* = 0.76234 df = 70 Chi - Kuadrat (23) = 22.5731 Probabilitas *white noise* = 0.426159				

Dari tabel diatas terlihat probabilitas *white noise* terlalu kecil sehingga tidak memenuhi syarat. Maka model ARIMA (1 0 0) belum sesuai untuk deret jumlah akseptor.

Dari model yang dicobakan ternyata model ARIMA (1 0 0) (1 0 0)^5 merupakan model yang paling sesuai untuk deret jumlah akseptor IB.

Untuk membuktikan kebagusan model tersebut maka dilakukan peramalan enam periode kedepan kemudian dibandingkan dengan data actual untuk mengetahui berapa rata-rata penyimpangan yang terjadi. Tahapan mendapatkan nilai peramalan adalah sebagai berikut :

1. Meramalkan nilai W_t dengan model $W_t = 0.49235\ W_{t-1} - 0.30846\ W_{t-5} + 0.15187\ W_{t-6} + a_t$

   dimana W_t adalah residual dari model pola deterministik:

   $$W_t = X_t - X_t$$

   dengan : $X_t = 196.608 + 1.88974\ D_t$

2. Dari peramalan terhadap W kemudian dimasukkan persamaan

   $$X_t = W_t + X_t$$

Hasil peramalan terhadap Wt sebagai berikut :

t	bln/thn	batas bawah	peramalan	batas atas
67	Okt/89	0.16942	1.85686	3.54430
68	Nop/89	-0.6958	1.21464	3.12512
69	Des/89	-1.2134	0.75537	2.72414

70	Jan/90	-1.4173	0.56757	2.55247
71	Peb/90	-2.4779	-0.4885	1.50091
72	Mrt/90	-2.8482	-0.8125	1.22317

Dengan memasukkan nilai W_t ke model deterministik yang didapat diperoleh nilai peramalan berikut :

t	bln/thn	batas bawah	peramalan	batas atas	actual	simpangan
67	Okt/89	323.3900	325.0770	326.7649	410	20.71 %
68	Nop/89	324.4145	326.3250	328.2354	405	19.43 %
69	Des/89	325.7867	328.7550	329.7242	414	20.59 %
70	Jan/90	327.4725	329.4574	331.4423	351	6.14 %
71	Peb/90	328.3016	330.2910	332.2805	338	2.28 %
72	Mrt/90	329.8211	331.8570	333.8925	328	1.18 %
			Rata-rata penyimpangan			11.72 %

Jadi untuk memperoleh deret jumlah akseptor IB yang stasioner harus dilakukan langkah penghilangan adanya trend, dalam hal ini menggunakan metoda *least square* untuk mendapatkan nilai residual. Guna memperoleh peramalan yang mendekati nilai actual.

Sehingga diperoleh persamaan *prewhitening* berikut

$$\alpha_t = (1 - 0.49235\ B)\ (1 + 0.30846\ B^5)\ X_t$$

dapat juga ditulis :

$$\alpha_t = X_t - 0.49235\ X_{t-1} + 0.30846\ X_{t-5} - 0.15187\ X_{t-6}$$

informasi yang diperoleh dari deret α_t adalah :

	input
Rata-rata	0.0214925
Variansi	0.6920160

4.2.2 Analisis Fungsi Transfer Untuk Variabel Input Jumlah Akseptor Dan Variabel Output jumlah Kelahiran

Dalam analisis sub bab 4.2.1 talah didapat model ARIMA untuk nilai residual dari deret jumlah akseptor IB (X_t) yang stasioner. Untuk mempertahankan hubungan antara variabel input dan output maka untuk mendapatkan stasioneritas variabel output perlu juga dilakukan penghi - langan ternd, dalam hal ini menggunakan metoda *least square* Berikut adalah tabel estimasi dan tabel analisa varians dari regresi linier jumlah kelahiran terhadap waktu.
Estimasi model regresi yang didapat sebagai berikut :

Parameter	Estimasi	Std. Error	t-value	Prob value
intercept	39.8259	6.15922	6.46606	1.16E-8
slope	1.6654	0.14664	11.3566	0.00000

dengan hasil Analisis Variansi sebagai berikut :

Tabel 4.2.6 Analisis Variansi Pada Analisis Regresi Untuk Deret Jumlah Kelahiran

Sumber	Jumlah kuadrat	dk	Rerata kuadrat	F-rasio
Regresi	86246.721	1	86246.721	128.973
Residual	46810.39	70	668.720	
Total	133057.111	71		
R^2 = 80.51 % s = 25.8596				

Untuk meyakinkan bahwa model yang didapat telah sesuai, maka dilakukan pengujian berikut :

1. Pengujian Model Secara Serentak

Hipotesis yang digunakan :

H_0 : β_i = 0

H_1 : ada salah satu yang tidak sama dengan nol

Dari tabel 4.2.8 diperoleh F_{hitung} = 128.97 dan F_{tabel} (1,70,α=5%) = 3.92 .

Karena $F_{tabel} < F_{hitung}$ maka H_0 ditolak, ini artinya model telah significant.

2. Pengujian Secara Individu

Hipotesis : H_0 : β_i = 0

H_1 : β_i = 0

Dari perhitungan t_{hitung} diperoleh sama :

Parameter	t_{hitung}
β_0	6.46606
β_1	11.3566

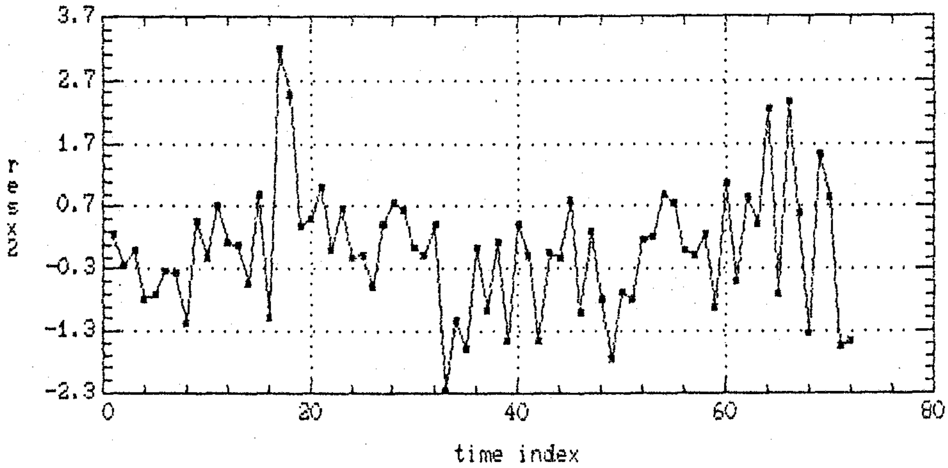
Dari t_{tabel} = 1.98 pada α = 5 %, ternyata untuk semua parameter $|t_{hitung}| > t_{tabel}$. Maka H_0 ditolak yang artinya parameter b_i semua significant .

Setelah diketahui model pola deterministiknya, residual yang diperoleh mempunyai informasi statistika be - rikut :

Tabel 4.2.7 Data Statistik Deret Residual Jumlah Kelahiran

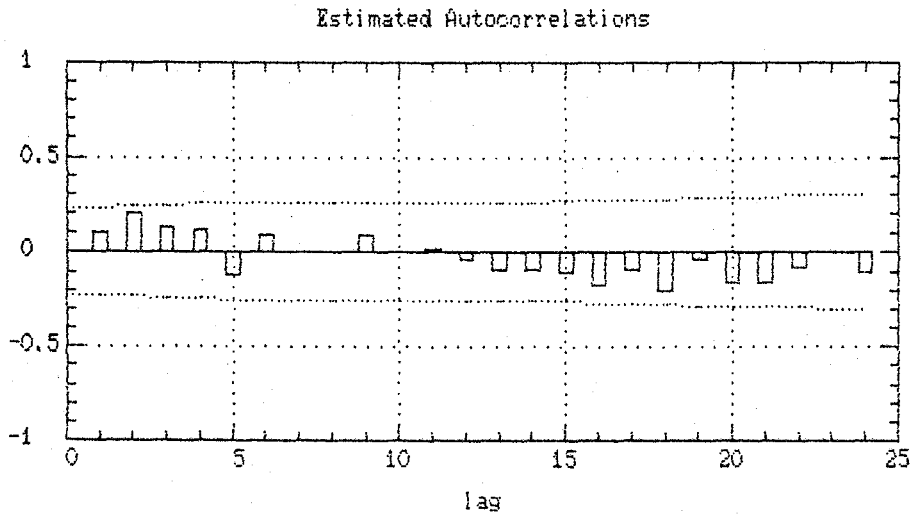
Rata-rata	4.66589E-4
Variansi	1.01541
Standart Deviasi	1.00767
Nilai Minimum	-2.25059
Nilai Maksimum	2.20784
Range	5.45843
Kuartil Bawah	-0.71597
Kuartil Atas	0.54026
Median	0.01401

kemudian membuat plot series residual berikut

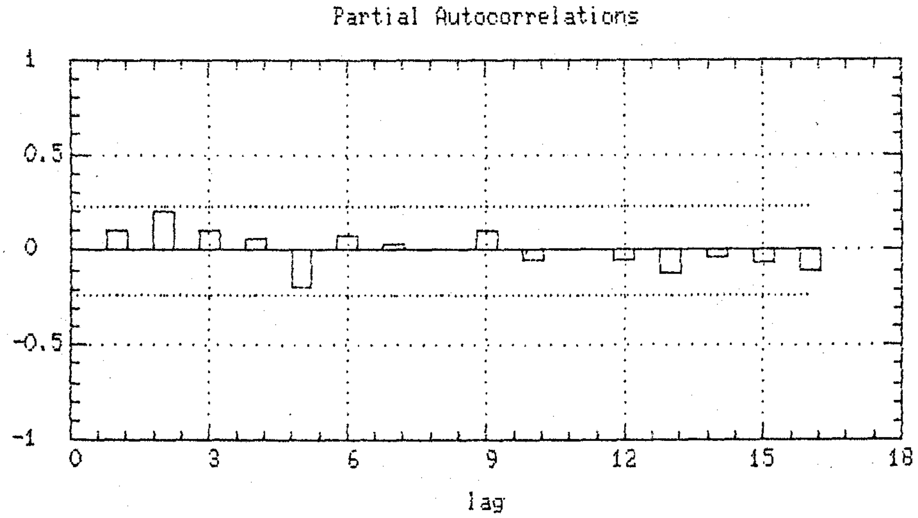


Gambar 4.2.7 Plot Residual Analisis Regresi Deret Jumlah Kelahiran

Pada gambar diatas terlihat bahwa series sudah berada disekitar rata-ratanya yang menunjukkan sudah stasioner. Hal ini diperkuat dari plot autokorelasi dan plot parsial autokorelasi berikut



Gambar 4.2.8 Plot Aotokorelasi Residual Deret Kelahiran



Gambar 4.2.9 Plot Parsial AutoKorelasi Residual Deret Jumlah Kelahiran

Dengan kondisi jumlah kelahiran (Y_t) yang stasi - oner, maka β_t dapat dihitung melalui persamaan berikut :

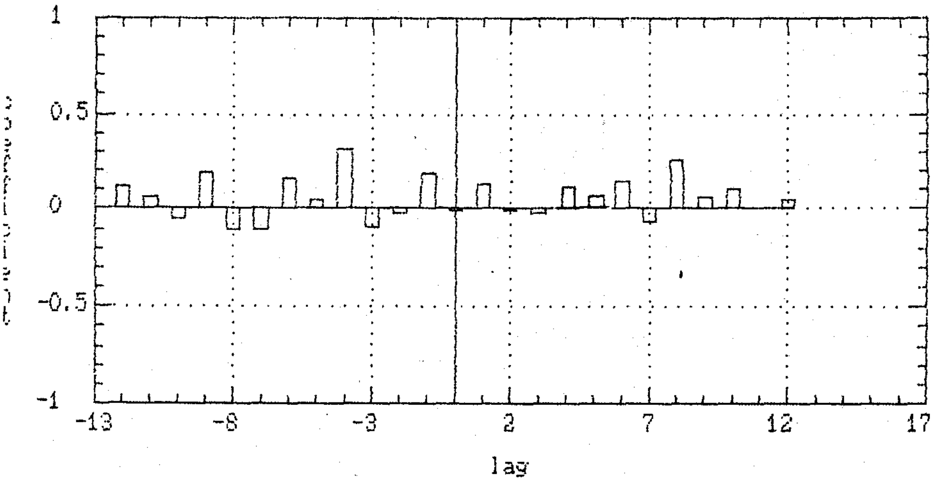
$$\beta_t = Y_t - 0.49235\ Y_{t-1} + 0.30846\ Y_{t-5} - 0.15187\ Y_{t-6}$$

informasi yang diperoleh dari deret β_t adalah :

	input
Rata-rata	0.023432
Variansi	1.043500

Untuk dapat mengidentifikasi model fungsi transfer perlu menghitung korelasi silang. Plot korelasi silang antara α_t dan β_t dapat dilihat pada gambar 4.2.10 berikut :

Gambar 4.2.10 Plot Koralasi Silang Antara α_t Deret Input Jumlah Akseptor dan β_t Deret Output Jumlah Kelahiran



Pada plot korelasi silang terlihat pada lag 1, lag 4, lag 6 dan lag 8 secara significant jauh dari nol. Dari nilai korelasi silang dapat dihitung bobot respon impuls sebagai berikut :

$v_0 = 0$

$v_1 = 0.196 \times s_\beta/s_\alpha = 0.23871$

$v_2 = 0.075 \times s_\beta/s_\alpha = 0.09134$

$v_3 = 0.071 \times s_\beta/s_\alpha = 0.08647$

$v_4 = 0.113 \times s_\beta/s_\alpha = 0.13762$

$v_5 = 0.087 \times s_\beta/s_\alpha = 0.10596$

$v_6 = 0.112 \times s_\beta/s_\alpha = 0.13641$

$v_7 = -0.09 \times s_\beta/s_\alpha = -0.1121$

$v_8 = 0.211 \times s_\beta/s_\alpha = 0.25698$

Untuk menetapkan (r, s, b) dapat dilihat pada plot korelasi silang pada lag 1 mulai nampak pengaruhnya ini digunakan untuk menetapkan nilai b = 1. Kemudian pengaruh dari jumlah akseptor inseminasi buatan dan jumlah kelahiran masa lalu masih mempengaruhi sampai pada lag 8, maka $r+s \leq 8$ pada 3 lag setelah b significant, menunjukkan nilai s = 3 yang menjelaskan pengaruh jumlah akseptor inseminasi buatan selama 3 periode, sedangkan pengaruh jumlah kelahiran masa lalu mempengaruhi sampai pada 5 periode setelah b (r=5) sehingga dugaan model sementara :

$$Yt = \frac{w_0 + w_1 B + w_2 B^2 + w_3 B^3}{(1 - \partial_1 B - \partial_2 B^2 - \partial_3 B^3 - \partial_4 B^4 - \partial_5 B^5)} X_{t-1} + n_t$$

Dari perhitungan bobot respon impuls dapat dihitung estimasi parameter model dengan melalui persamaan sebagai berikut :

$$v_1 = \partial_1 v_0 + w_0$$
$$v_2 = \partial_1 v_1 + \partial_2 v_0 - w_1$$
$$v_3 = \partial_1 v_2 + \partial_2 v_1 + \partial_3 v_0 - w_2$$
$$v_4 = \partial_1 v_3 + \partial_2 v_2 + \partial_3 v_1 + \partial_4 v_0 - w_3$$
$$v_5 = \partial_1 v_4 + \partial_2 v_3 + \partial_3 v_2 + \partial_4 v_1 + \partial_5 v_0$$
$$v_6 = \partial_1 v_5 + \partial_2 v_4 + \partial_3 v_3 + \partial_4 v_2 + \partial_5 v_1$$
$$v_7 = \partial_1 v_6 + \partial_2 v_5 + \partial_3 v_4 + \partial_4 v_3 + \partial_5 v_2$$
$$v_8 = \partial_1 v_7 + \partial_2 v_6 + \partial_3 v_5 + \partial_4 v_4 + \partial_5 v_3$$

dari persamaan-persamaan diatas diperoleh :

$w_0 = 0.23871$ $w_1 = -0.34869$ $w_2 = -0.7114$ $w_3 = -0.41746$

$\partial_1 = -1.3964$ $\partial_2 = -2.73314$ $\partial_3 = -0.0017$ $\partial_4 = 2.23965$

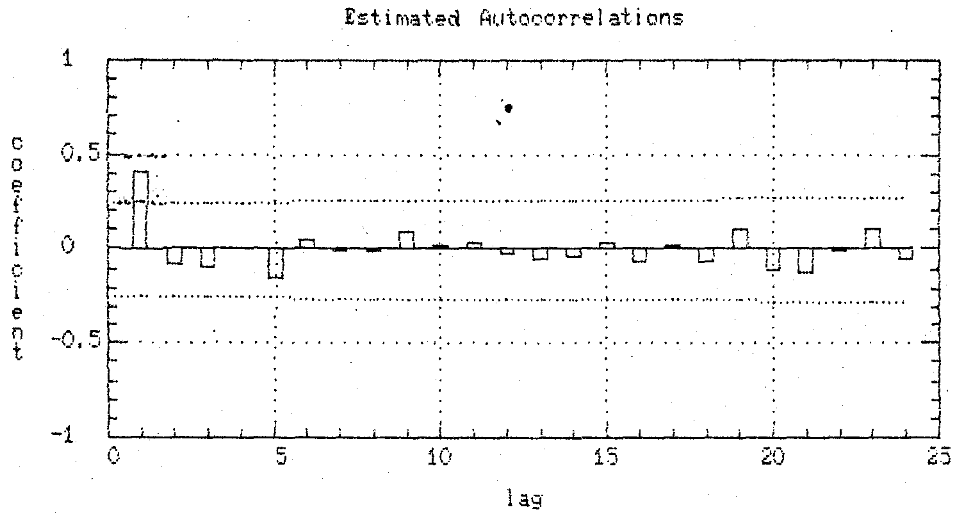
$\partial_5 = 1.91059$

sehingga model yang didapat

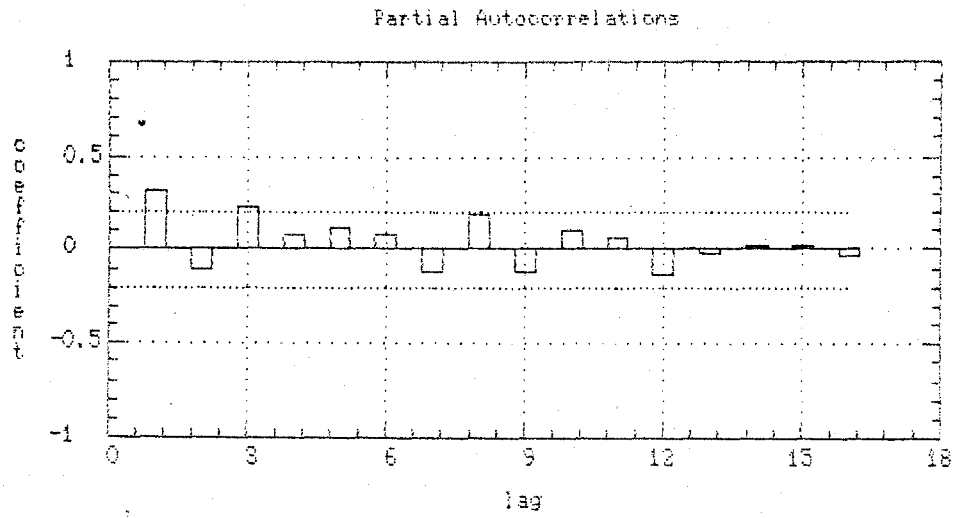
$$Y_t = \frac{0.2387 - 0.34869\ B - 0.7114\ B^2 - 0.41746\ B^3}{(1+1.3964B + 2.73314B^2 + 0.00167B^3 - 2.23965B^4 - 1.91059B^5)} X_{t-1} + n_t$$

Dari model ini kemudian dihitung nilai n_t dan melihat apakah nilai n_t tersebut masih mempunyai pola ARIMA atau telah *white noise*. Kemudian dibuat plot autokorelasi dan plot parsial autokorelasi.

Gambar 4.2.11 Plot Autokorelasi n_t Pada Model Fungsi Transfer untuk Deret Input Jumlah Akseptor IB Dan Deret Output Jumlah Kelahiran



Gambar 4.2.12 Plot Parsial Autokorelasi Nilai n_t Pada Model Fungsi Transfer Untuk Deret Input Jumlah Ak - septor Dan Deret Output Jumlah Kelahiran



Pada kedua plot diatas menunjukkan bahwa n_t masih mempunyai pola ARIMA. Untuk plot autokorelasi menonjol pada lag 1 dengan diikuti penurunan yang cepat menuju nol pada lag-lag selanjutnya dan pada parsial autokorelasi menonjol pada lag 1 dan lag 3 kemudian menurun secara cepat membentuk exponensial. Ini dapat diartikan bahwa n_t memiliki model MA (0 0 1). Perhitungan estimasi dapat dilihat pada tabel berikut :

Tabel 4.2.8 Estimasi Model ARIMA (0 0 1) Untuk Nilai n_t Pada Deret Input Jumlah Akseptor Dan Deret Output Jumlah Kelahiran

Parameter	Estimasi	Std. Error	t-rasio	prob(>|t|)
MA(1)	-0.5041	0.1070	-4.71	0.0005
Estimasi variansi *white noise* = 1.0140				df=69

Chi-Kuadrat (22) = 24.0873	
probabilitas *white noise* =	0.28885

Dapat dilihat diatas bahwa prob (>|t|) untuk parameter MA (1) lebih kecil dari α = 5%, ini menunjukkan bahwa parameter tersebut significant. Untuk meyakinkan dapat diuji memakai uji t-statistik dengan hipotesis sebagai berikut :

H_0 : MA (1) = 0

H_1 : MA (1) = 0

Dengan t_{hitung} = -4.710 dan t_{tabel} = 1.98

Karena t_{hitung} > t_{tabel} maka H_0 ditolak yang artinya MA(1) significant pada α = 5%

Disamping pengujian diatas juga harus diperhatikan syarat yang harus dipenuhi untuk model ARIMA tersebut.

MA (1) = -0.5041 < 1

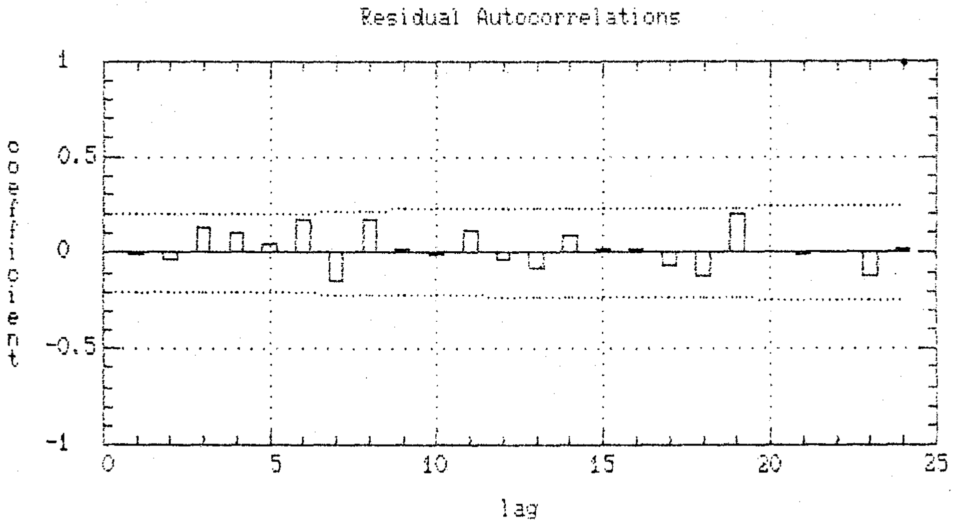
Untuk menguji residual dari model ARIMA ini digunakan hipotesis :

H_0 : $\rho_0 = \rho_1 = . . . = \rho_K = 0$

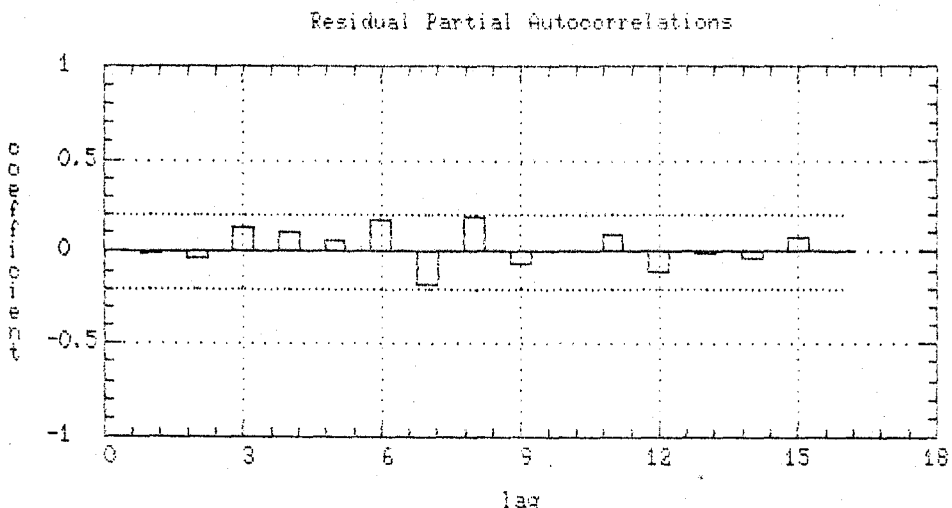
H_1 : ada satu yang tidak sama dengan nol

Dengan test statistik Q^* (23) = 24.0873 dan X^2 (23) = 32.7 (α = 5%). Karena $Q^* < X^2$ maka H_0 diterima.

Ini artinya residual independent pada $\alpha = 5\%$ dengan probabilitas *white noise* = 0.9700058. Hal ini dapat diperkuat dengan plot residual autokorelasi dan plot residual parsial autokorelasi dibawah ini.



Gambar 4.2.13 Plot Residual AutoKorelasi Nilai a_t Model Fungsi Transfer Untuk Deret Input Jumlah Akseptor Dan Deret Output Jumlah Kelahiran



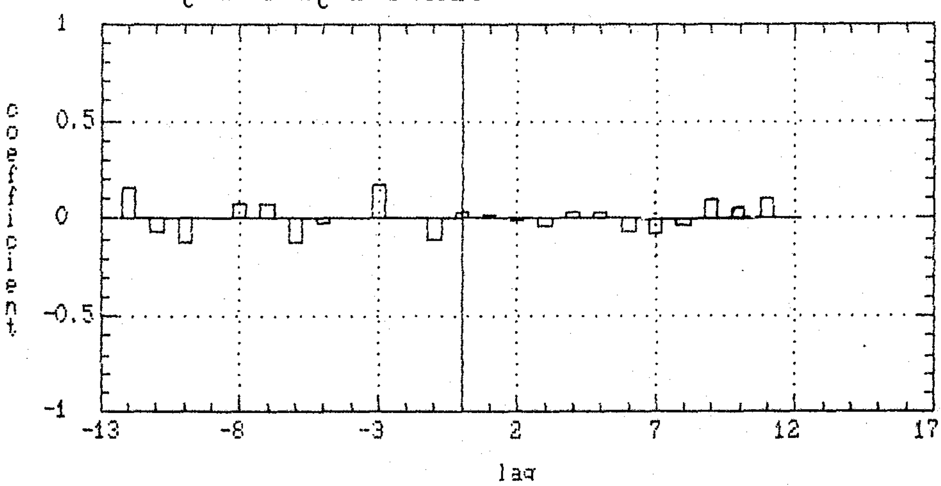
Gambar 4.2.14 Plot Residual Parsial AutoKorelasi Nilai a_t Model Fungsi Transfer Untuk Deret Input Jumlah Akseptor Dan Deret Output Jumlah Kelahiran

Dari pengujian residual serta syarat-syarat yang telah dipenuhi, maka model ARIMA untuk n_t telah sesuai, model fungsi transfer secara keseluruhan dapat ditulis

$$Y_t = \frac{0.2387 - 0.34869\ B - 0.7114\ B^2 - 0.41746\ B^3}{(1+1.3964B + 2.73314B^2 + 0.00167B^3 - 2.23965B^4 - 1.91059B^5)} X_{t-1} +$$

$$(\ 1 + 0.5041\ B\ )\ a_t$$

untuk menguji fungsi transfer perlu dilihat korelasi silang antara deret α_t dan a_t berikut



Gambar 4.2.15 Plot Korelasi Silang Deret α_t Dan Deret a_t untuk Dari Fungsi Transfer

Dilihat dari koefisien korelasi silang α_t dan a_t untuk lag-lag yang positif cenderung mendekati nol, ini berarti bahwa residual dari fungsi transfer sudah tidak bergantung dari deret α.

4.2.3 Peramalan

Untuk peramalan jumlah kelahiran sapi potong

hasil peramalan dari series residual kemudian dikembalikan melalui model pola deterministiknya. Dari model yang didapatkan dengan analisis fungsi transfer dengan deret jumlah akseptor inseminasi buatan sebagai input dan deret jumlah kelahiran sebagai output, dibuat peramalan untuk enam periode kedepan yaitu Oktober '89 sampai Maret '90
Model fungsi transfer jumlah kelahiran sapi potong adalah :

$$Y_t = \frac{0.2387 - 0.34869\ B - 0.7114\ B^2 - 0.41746\ B^3}{(1+1.3964B + 2.73314B^2 + 0.00167B^3 - 2.23965B^4 - 1.91059B^5)} X_{t-1} +$$

$$(1 + 0.5041\ B)\ a_t$$

Pada peramalan didapatkan nilai residual W, untuk mengembalikan pada data outputnya, maka dimasukkan pada residual pola deterministik berikut :

$$Yt = 39.8259 + 1.66535\ X + Wt$$

didapat peramalan jumlah kelahiran berikut

Tabel 4.2.8 Estimasi Peramalan Deret Jumlah Kelahiran

t	bln/thn	peramalan residual	peramalan output	actual	simpangan
67	Okt/89	5.3018	156.706	166	5.60 %
68	Nop/89	0.6436	153.713	119	29.17 %
69	Des/89	-0.359	154.375	193	20.01 %
70	Jan/90	-3.489	152.912	178	14.09 %
71	Peb/90	0.3531	158.419	119	33.13 %
72	Mrt/90	-9.0868	150.640	123	22.47 %
			Rata-rata penyimpangan		20.75 %

BAB V
PEMBAHASAN

Dalam penelitian ini data jumlah kelahiran sapi potong yang dipakai diperoleh dari data pencatatan bulanan mulai bulan April 1984 sampai Maret 1990 dari Dinas Peter - nakan Dati I Daerah Propinsi Jawa Timur dengan wilayah penelitian Kabupaten Blitar.

Series jumlah kelahiran menunjukkan kedinamisan yang terjadi dalam dunia peternakan di Jawa Timur, kemudian digunakan untuk mendapatkan model time series. Dari model time series kemudian dipakai untuk peramalan enam periode kedepan.

untuk mendapatkan model yang sesuai dengan data yang digunakan, harus melakukan tahap identifikasi model, estimasi parameter dari model sementara yang dipilih. Dan setelah itu melakukan uji parameter serta *overfitting* agar model yang dipilih benar-benar paling sesuai untuk deret data.

Pada analisis time series, series jumlah kelahi - ran menunjukkan bahwa series sudah stasioner, sehingga untuk identifikasi model yang sesuai perlu melihat plot autokorelasi dan plot parsial autokorelasi. Dari plot tersebut ternyata dengan analisis time series model yang didapat adalah ARIMA (2 0 0)

$$Y_t = 8.91197 + 0.39634\ Y_{t-1} + 0.51508\ Y_{t-2} + a_t$$

Model diatas memberikan pengertian bahwa series Y_t yaitu jumlah kelahiran sapi potong tergantung pada jumlah kelahiran sapi potong periode t-1 dan t-2.

Dari model time series diatas dipakai untuk peramalan enam periode kedepan dengan rata-rata penyimpangan sebesar 30.453 %

Untuk mengetahui indikator apa saja yang mempengaruhi fluktuasi jumlah kelahiran sapi potong dipakai analisis fungsi transfer dengan input jumlah akseptor *inseminasi buatan* dan output jumlah kelahiran.

Dengan menggunakan variabel input dan variabel output tersebut didapatkan pesrsamaan pemutihan untuk α dan β sebagai berikut :

$$\alpha_t = X_t - 0.49235\ X_{t-1} + 0.30846\ X_{t-5} - 0.15187\ X_{t-6}$$

$$\beta_t = Y_t - 0.49235\ Y_{t-1} + 0.30846\ Y_{t-5} - 0.15187\ Y_{t-6}$$

setelah deret input dan deret output diputihkan kemudian dengan fungsi transfer didapat output jumlah kelahiran sapi potong dengan time delay (b = 1)

$$Y_t = -1.3964\ Y_{t-1} - 2.73314\ Y_{t-2} - 0.00167\ Y_{t-3} + 2.23965\ Y_{t-4} + 1.91059\ Y_{t-5} + 0.23871\ X_{t-1} - 0.34869\ X_{t-2} - 0.7114\ X_{t-3} - 0.41746\ X_{t-4} + a_t + 0.5041\ a_{t-1}$$

Dengan model (r, s, b) = (5, 3, 1) output Yt ini tergantung pada deret indikator mulai X_{t-1} selama 4 periode sebelumnya, Y_{t-1}, . . . , Y_{t-5} jumlah kelahiran selama 5 periode sebelumnya dan tergantung juga pada noise 1 periode sebelumnya.

Dari model fungsi transfer ini menghasilkan peramalan 6 periode kedepan dengan rata-rata prosentase penyimpangan sebesar 20.75 %.

Dengan perbandingan antara rata-rata prosentase penyimpangan dari peramalan time series dengan peramalan fungsi transfer, lalu dipilih model terbaik dengan prosentase penyimpangan minimum.

---------- oOo ----------

BAB VI
KESIMPULAN DAN SARAN

6.1 KESIMPULAN

Dalam usaha mencari model peramalan jumlah kela - hiran dari sapi potong untuk daerah Kabupaten Blitar hanya berdasar data masa lalu tanpa memperhatikan indikator lain yang mungkin mempengaruhi besar kecilnya jumlah kelahiran, mempunyai model time series ARIMA (2 0 0) dengan persamaan:

$$Y_t = 8.91197 + 0.39634\ Y_{t-1} + 0.51508\ Y_{t-2} + a_t$$

menyatakan bahwa jumlah kelahiran sapi potong memiliki pola nonseasonal, dan tergantung pada jumlah kelahiran saat t-1 dan t-2.

Secara multivariabel jumlah kelahiran sebagai output dapat dimodelkan bersama-sama dengan jumlah akseptor inseminasi buatan sebagai input dengan analisis fungsi transfer, didapatkan model :

$$Y_t = \frac{0.23871 - 0.34869\ B - 0.7114\ B^2 - 0.41746\ B^3}{(1 + 1.3964B + 2.73314B^2 + 0.00167B^3 - 2.2396B^4 - 1.9106B^5)} X_{t-1}$$

$$+ (1 + 0.5041)\ a_t$$

persamaan ini menyatakan bahwa jumlah kelahiran sapi potong saat t tergantung pada jumlah akseptor saat t-1, t-2, . . . t-4, dan jumlah kelahiran dari sapi potong sendiri saat t-1, . . . ,t-5.

Dari peramalan dengan model-model diatas didapatkan rata-rata prosentase penyimpangan :

Series	Time Series	Fungsi Transfer
Jumlah Kelahiran Sapi Potong	30.45 %	20.75 %

Penyimpangan peramalan dari time series dan fungsi transfer lebih kecil fungsi transfer, maka indikator jumlah akseptor inseminasi buatan cocok untuk dipakai sebagai indikator yang mempengaruhi jumlah kelahiran sapi potong.

6.2 SARAN

Untuk mengetahui fluktuasi jumlah kelahiran sapi potong di wilayah Kabupaten Blitar dapat menggunakan model-model yang telah di dapatkan pada analisis data dengan memperhatikan time delay-nya serta seberapa jauh jumlah kelahiran sebelumnya mempengaruhi jumlah kelahiran saat sekarang, sehingga berbagai pihak yang terkait dalam pemanfaatan hasil ternak dapat mengantipasi gejolak yang telah timbul.

Karena dalam pemodelan menghilangkan intervensi-intervensi dari luar sehingga pada saat terjadi lonjakan lagi model dapat disesuaikan, karena model ini berlaku untuk nilai simpangan (residual) dari model pola deterministik.

Agar perkiraan jumlah kelahiran mendekati realita yang ada maka untuk wilayah Kabupaten lain yang ada di Jawa Timur dapat menggunakan analisis seperti diatas untuk menghindari terjadinya penyimpangan yang sangat besar.

LAMPIRAN 1

Jumlah Akseptor IB	Jumlah Kelahiran
207	48
162	37
158	45
133	27
167	30
191	41
188	42
193	24
286	67
269	53
257	76
240	63
299	64
248	49
169	87
243	39
297	150
296	133
310	81
214	86
282	101
294	77
275	95
266	77
138	79
238	68
220	96
264	106
207	104
289	91
247	89
324	104
323	37
271	68
287	57
284	101
153	77
154	107
147	67
204	117
211	106
251	72

LANJUTAN LAMPIRAN 1

217	110
342	110
323	135
246	91
222	126
259	99
254	76
214	106
274	104
354	131
332	134
359	152
365	151
374	133
336	133
258	143
293	115
311	167
232	129
226	165
271	156
296	203
287	130
475	209
410	166
405	119
414	193
351	178
338	119
328	123

LAMPIRAN 2

RESIDUAL JUMLAH AKSEPTOR IB	RESIDUAL JUMLAH KELAHIRAN
0,14765	0,25884
-0,66585	-0,24454
-0,76713	0,00706
-1,23164	-0,77229
-0,67520	-0,71862
-0,29266	-0,34872
-0,37672	-0,37465
-0,32275	-1,15044
1,24641	0,48050
0,92031	-0,13707
0,68076	0,70281
0,35577	0,12545
1,33555	0,09921
0,42759	-0,55527
-0,95879	0,87086
0,27665	-1,07719
1,16818	3,20784
1,11803	2,47488
1,32435	0,37308
-0,34851	0,50331
0,78035	1,02436
0,95249	0,02096
0,59575	0,65895
0,40983	-0,10909
-1,80396	-0,09599
-0,13188	-0,59005
-0,47057	0,43717
0,24652	0,76199
-0,75592	0,61892
0,60752	0,04729
-0,13934	-0,09552
1,13840	0,42394
1,08910	-2,25059
0,17247	-1,10792
0,41242	-1,60107
0,32926	0,04757
-1,93063	-0,95189
-1,94582	0,15152
-2,09714	-1,47115
-1,15997	0,41131
-1,07319	-0,08201

LANJUTAN LAMPIRAN 2

-0.42496	-1.47157
-1.03579	-0.05595
1.05946	-0.12088
0.70408	0.78885
-0.63926	-0.99182
-1.08054	0.30830
-0.48256	-0.81028
-0.60021	-1.77357
-1.31496	-0.66763
-0.32396	-0.81116
1.00943	0.17890
0.60189	0.23120
1.03139	0.87063
1.10229	0.76677
1.22466	-0.00335
0.54242	-0.06865
-0.82614	0.25834
-0.25897	-0.90634
0.01730	1.07097
-1.37193	-0.48815
-1.50869	0.86290
-0.76834	0.44348
-0.37109	2.23147
-0.55913	-0.71332
2.65113	2.34119
1.49865	0.57721
1.38111	-1.34873
1.50565	1.51645
0.38308	0.85696
-1.60931	-1.55169

LAMPIRAN 3

α_t	β_t	n_t	a_t
-0. 29382	-0. 37651	-4. 5018	-0. 9647
-0. 37197	-1. 21118	-3. 7376	-1. 9767
1. 35074	0. 44783	-1. 9183	0. 8876
1. 55259	0. 03534	0. 3901	2. 1964
1. 11966	0. 72515	-1. 2573	-2. 7607
0. 76054	0. 28133	3. 1562	-6. 5277
1. 55209	0. 30417	4. 9358	1. 3683
0. 65104	-0. 65106	4. 6444	-1. 2143
-0. 84453	0. 82654	-0. 0100	-0. 1457
-0. 26323	-1. 07583	-0. 0444	-1. 7191
1. 29669	3. 04955	-1. 5257	-1. 5267
1. 33400	2. 91974	4. 0824	-1. 7011
1. 94092	0. 82408	4. 3797	2. 9173
0. 65766	0. 39464	11. 6422	2. 7600
0. 38119	1. 30123	9. 5627	-0. 1560
1. 01803	-0. 40576	-0. 5474	-2. 3945
0. 89463	0. 31819	-7. 7430	-3. 9327
0. 46335	-0. 01813	-1. 7256	-2. 2894
-1. 29794	-0. 18831	-0. 3704	-7. 1046
-1. 30629	-0. 76616	-0. 5898	-1. 3937
-0. 70993	0. 37419	-1. 6303	0. 1435
-0. 02351	0. 71267	-2. 2225	6. 4390
-0. 67147	0. 76255	-2. 3010	-1. 3334
0. 85170	0. 14950	2. 2304	0. 8116
-0. 07211	0. 00951	4. 3764	-4. 6980
1. 19460	0. 32136	1. 3819	0. 7439
1. 50024	-2. 30923	-2. 3108	-1. 8349
0. 97417	-1. 51670	-4. 9653	-2. 7266
0. 19733	-1. 75248	-4. 0891	-0. 3036
0. 66495	-0. 16394	-8. 0848	2. 5087
-2. 13916	-1. 01970	-4. 7753	3. 3228
-3. 05383	0. 40946	-0. 3901	-3. 5520
-2. 93912	-1. 31545	6. 6720	-2. 4124
-2. 28702	0. 44691	2. 0392	-4. 6631
-1. 68003	-0. 07034	0. 3081	-3. 9135
-0. 30936	-1. 31984	-4. 1318	-0. 7752
-0. 93716	-0. 31543	-1. 4376	2. 4683
0. 90317	0. 12564	-1. 3024	4. 6013
1. 26357	0. 66557	-3. 4802	3. 7973
-0. 13976	-0. 85500	-1. 5019	3. 4873
-1. 42421	0. 41537	2. 5188	0. 3406
-0. 75785	-0. 79253	4. 7354	-1. 0561
-1. 31639	-1. 87019	-1. 7334	-2. 0310
-1. 66560	-1. 05870	-4. 0223	0. 5761

LANJUTAN LAMPIRAN 3

-0, 66617	-0, 71829	-5, 7047	-2, 2137
1, 08605	-0, 01384	-6, 0775	3, 4063
1, 08180	0, 40245	-2, 5654	-0, 0394
1, 43755	1, 18633	2, 2432	0, 0036
1, 92004	0, 96186	5, 9938	-0, 0179
1, 66627	0, 22832	6, 2535	-0, 0071
0, 78401	-0, 11941	5, 5425	-0, 0125
-0, 59365	0, 21347	2, 2412	-4, 6571
-0, 88911	-1, 01220	-0, 7248	-1, 5766
-0, 29252	0, 83186	-2, 3962	-1, 2935
-1, 57338	-0, 31574	-0, 2753	0, 8737
-2, 16277	0, 80472	-1, 7649	-1, 8545
-1, 17236	0, 52115	2, 4638	3, 9196
-0, 79175	2, 45572	1, 6383	2, 8196
-0, 78492	-0, 59892	3, 2300	3, 0768
2, 80039	2, 34853	0, 8380	-1, 7059
3, 05288	0, 75297	5, 2725	0, 6448
2, 12385	-1, 32076	-2, 1539	-2, 0088
2, 18017	0, 95393	0, 0239	4, 9227
1, 23576	1, 24984	0, 3942	1, 7632
-2, 31796	-1, 84571	-2, 2963	10, 6014
-0, 93041	-1, 72393	0, 0633	4, 1142

LAMPIRAN 4 Hasil Pengolahan Analisis Regresi Untuk Deret Jumlah Akseptor Inseminasi Buatan Dan Deret Jumlah Kelahiran Dengan Paket Program Statgraf

Analisis Regresi Deret Jumlah Akseptor Inseminasi Buatan

Simple Regression of x1 on d1

Parameter	Estimate	Standard Error	T Value	Prob. Level
Intercept	196.608	14.1042	13.9397	0
Slope	1.88974	0.335798	5.6276	3.51042E-7

Analysis of Variance

Source	Sum of Squares	Df	Mean Square	F-Ratio
Model	111054.10	1	111054.10	31.67
Error	245463.40	70	3506.62	
Total (Corr.)	356517.50	71		

Correlation Coefficient = 0.558119
Stnd. Error of Est. = 59.2167

Analisis Regresi Deret Jumlah Kelahiran

Simple Regression of x2 on d1

Parameter	Estimate	Standard Error	T Value	Prob. Level
Intercept	39.8259	6.15922	6.46606	1.15736E-8
Slope	1.66535	0.146641	11.3566	0

Analysis of Variance

Source	Sum of Squares	Df	Mean Square	F-Ratio
Model	86246.721	1	86246.721	128.973
Error	46810.390	70	668.720	
Total (Corr.)	133057.11	71		

Correlation Coefficient = 0.805104
Stnd. Error of Est. = 25.8596

LAMPIRAN 5 Hasil Pengolahan Estimasi Model ARIMA Yang Dicobakan Dengan Paket Program Statgraf

Deret Jumlah Kelahiran Sapi Potong

1. Model ARIMA (2 0 0)

SUMMARY OF FITTED MODEL

parameter	estimate	stnd.error	t-value	prob(>|t|)
AR (1)	.39634	.10575	3.74797	.00037
AR (2)	.51508	.10685	4.82046	.00001
MEAN	67.12331	21.39637	3.13714	.00254
CONSTANT	6.31197			

ESTIMATED WHITE NOISE VARIANCE = 826.597 WITH 67 DEGREES OF FREEDOM.
CHI-SQUARE TEST STATISTIC ON FIRST 21 RESIDUAL AUTOCORRELATIONS = 15.0962
WITH PROBABILITY OF A LARGER VALUE GIVEN WHITE NOISE = 0.716465

2. Model ARIMA (1 0 0)

SUMMARY OF FITTED MODEL

parameter	estimate	stnd.error	t-value	prob(>|t|)
AR (1)	.68356	.08844	7.72896	.00000
MEAN	96.87777	11.21397	8.63903	.00000
CONSTANT	31.83721			

ESTIMATED WHITE NOISE VARIANCE = 1037.29 WITH 69 DEGREES OF FREEDOM.
CHI-SQUARE TEST STATISTIC ON FIRST 20 RESIDUAL AUTOCORRELATIONS = 26.5517
WITH PROBABILITY OF A LARGER VALUE GIVEN WHITE NOISE = 0.115536

3. Model ARIMA (3 0 0)

SUMMARY OF FITTED MODEL

parameter	estimate	stnd.error	t-value	prob(>|t|)
AR (1)	.26275	.12005	2.18861	.03222
AR (2)	.43123	.11263	3.82869	.00029
AR (3)	.28577	.12496	2.28688	.25470
MEAN	46.78937	21.83962	2.14241	.03591
CONSTANT	2.03743			

ESTIMATED WHITE NOISE VARIANCE = 788.39 WITH 65 DEGREES OF FREEDOM.
CHI-SQUARE TEST STATISTIC ON FIRST 20 RESIDUAL AUTOCORRELATIONS = 8.90416
WITH PROBABILITY OF A LARGER VALUE GIVEN WHITE NOISE = 0.94322

LANJUTAN LAMPIRAN 5

Deret Jumlah Akseptor Inseminasi Buatan

1. Model ARIMA (1 0 0) (1 0 0)^5

SUMMARY OF FITTED MODEL

parameter	estimate	stnd.error	t-value	prob(>|t|)
AR (1)	.49235	.10135	4.85800	.00001
SAR(5)	-.30844	.10661	-2.89306	.00521
MEAN	.00579	.12624	.04591	.96353
CONSTANT	.00030			

ESTIMATED WHITE NOISE VARIANCE = 0.737286 WITH 64 DEGREES OF FREEDOM.
CHI-SQUARE TEST STATISTIC ON FIRST 20 RESIDUAL AUTOCORRELATIONS = 9.80751
WITH PROBABILITY OF A LARGER VALUE GIVEN WHITE NOISE = 0.938008

2. **Model ARIMA (1 0 0)**

ESTIMATION BEGINS .....

SUMMARY OF FITTED MODEL

parameter	estimate	stnd.error	t-value	prob(>|t|)
AR (1)	.50901	.10363	4.91187	.00001
MEAN	.00310	.20660	.01502	.98806
CONSTANT	.00029			

ESTIMATED WHITE NOISE VARIANCE = 0.77338 WITH 69 DEGREES OF FREEDOM.
CHI-SQUARE TEST STATISTIC ON FIRST 20 RESIDUAL AUTOCORRELATIONS = 19.5156
WITH PROBABILITY OF A LARGER VALUE GIVEN WHITE NOISE = 0.424237

LAMPIRAN 6 Tabel Nilai Kritis Untuk Statistik t

	0.25	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005
1	1.000	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657
2	0.816	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925
3	0.765	1.635	2.353	3.182	4.541	5.841
4	0.741	1.533	2.132	2.776	3.747	4.601
5	0.727	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032
6	0.718	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707
7	0.711	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499
8	0.706	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355
9	0.703	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250
10	0.700	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169
11	0.697	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106
12	0.695	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055
13	0.694	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012
14	0.692	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977
15	0.691	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947
16	0.690	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921
17	0.689	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898
18	0.688	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878
19	0.688	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861
20	0.687	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845
21	0.686	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831
22	0.686	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819
23	0.685	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807
24	0.685	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797
25	0.684	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787
26	0.684	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779
27	0.684	1.314	1.703	2.018	2.473	2.771
28	0.683	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763
29	0.683	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756
30	0.683	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750
40	0.681	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704
60	0.679	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660
120	0.677	1.289	1.658	2.980	2.358	2.617
	0.674	1.282	1.645	2.960	2.326	2.576

LAMPIRAN 7 Tabel Nilai Kritis Untuk Chi-Kuadrat

	.995	.990	.975	.950	.050	.010
1	39270-E1	1571-E9	9821-E9	39321-E8	3.8414	6.6349
2	.0100	.0201	.0506	.1026	5.9915	9.2103
3	.0717	.1148	.2158	.3518	7.8147	11.3449
4	.4117	.5543	.8312	.7107	9.4877	13.2767
5	.6757	.8721	1.2373	1.1455	11.0705	15.0863
6	.9893	1.2390	1.6899	1.6354	12.5916	16.8119
7	1.3444	1.6465	2.1797	2.1674	14.0671	18.4753
8	1.7349	2.0879	2.7004	2.7326	15.5073	20.0902
9	2.1559	2.5582	3.2470	3.3251	16.9190	21.6660
10	2.6032	3.0535	3.8158	3.9403	18.3070	23.2093
11	3.0738	3.5706	4.4038	4.5748	19.6751	24.7250
12	3.5650	4.1069	5.0087	5.2260	21.0261	26.2170
13	4.0747	4.6604	5.6287	5.8919	22.3621	27.6883
14	4.6009	5.2294	6.2621	6.5706	23.6848	29.1413
15	5.1422	5.8122	6.9077	7.2609	24.9958	30.5779
16	5.6972	6.4078	7.5642	7.9616	26.2962	31.9999
17	6.2648	7.0149	8.2308	8.6718	27.5871	33.4087
18	6.8440	7.6327	8.9066	9.3905	28.8693	34.8053
19	7.4339	8.2604	9.5908	10.8508	30.1435	36.1908
20	8.0337	8.8972	10.2829	11.5913	31.4104	37.5662
21	8.6427	9.5425	10.9823	12.3380	32.9244	38.9321
22	9.2604	10.1957	11.6885	13.0905	33.9244	40.2894
23	9.8862	10.8564	12.4011	13.8484	35.1725	41.6384
24	10.5197	11.5240	13.1197	14.6114	36.4151	42.9798
25	11.1603	12.1981	13.8439	15.3791	37.6525	44.3141
26	11.4613	12.8786	14.5733	16.1513	38.8852	45.6417
27	12.4613	13.5648	15.3079	16.9279	40.1133	46.9630
28	13.1211	14.2565	16.0471	17.7083	41.3372	48.2782
29	13.0100	14.9535	16.7908	18.4926	42.5569	49.5879
30	13.7867	22.1643	24.4331	26.5093	43.7729	50.8922
40	20.7065	29.7067	32.3574	34.7642	55.7585	63.6807
50	27.9907	37.4848	40.4817	43.1879	67.5048	76.1539
60	35.5346	45.4418	48.7576	51.7393	79.0819	88.3794
70	43.2572	53.5400	57.1532	60.3915	90.5312	100.4250
80	51.1720	61.7541	65.6466	69.1260	101.8790	112.3290
90	59.1963	70.1648	74.2219	74.2219	113.1450	124.1160
100	67.3276	72.0101	74.2219	77.9295	124.3420	135.8070

From "*Biometrika Tables for Statisticans,*" Vol. 1, (3rd Edition) Cambridge University Press (1966) ; Edited by E.S. Pearson and H.O. Hartley.

LAMPIRAN 8 Tabel Nilai Kritis Untuk Statistik F

TABLE D (*continued*). Percentage points of the F distribution: upper 5% points

ν_2 \ ν_1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
1	161.4	199.5	215.7	224.6	230.2	234.0	236.8	238.9	240.5	241.9	243.9	245.9	248.0	249.1	250.1	251.1	252.2	253.3	254.3
2	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.35	19.37	19.38	19.40	19.41	19.43	19.45	19.45	19.46	19.47	19.48	19.49	19.50
3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79	8.74	8.70	8.66	8.64	8.62	8.59	8.57	8.55	8.53
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.91	5.86	5.80	5.77	5.75	5.72	5.69	5.66	5.63
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.68	4.62	4.56	4.53	4.50	4.46	4.43	4.40	4.36
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	4.00	3.94	3.87	3.84	3.81	3.77	3.74	3.70	3.67
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64	3.57	3.51	3.44	3.41	3.38	3.34	3.30	3.27	3.23
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35	3.28	3.22	3.15	3.12	3.08	3.04	3.01	2.97	2.93
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14	3.07	3.01	2.94	2.90	2.86	2.83	2.79	2.75	2.71
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98	2.91	2.85	2.77	2.74	2.70	2.66	2.62	2.58	2.54
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.85	2.79	2.72	2.65	2.61	2.57	2.53	2.49	2.45	2.40
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75	2.69	2.62	2.54	2.51	2.47	2.43	2.38	2.34	2.30
13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67	2.60	2.53	2.46	2.42	2.38	2.34	2.30	2.25	2.21
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60	2.53	2.46	2.39	2.35	2.31	2.27	2.22	2.18	2.13
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54	2.48	2.40	2.33	2.29	2.25	2.20	2.16	2.11	2.07
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.42	2.35	2.28	2.24	2.19	2.15	2.11	2.06	2.01
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49	2.45	2.38	2.31	2.23	2.19	2.15	2.10	2.06	2.01	1.96
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41	2.34	2.27	2.19	2.15	2.11	2.06	2.02	1.97	1.92
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38	2.31	2.23	2.16	2.11	2.07	2.03	1.98	1.93	1.88
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35	2.28	2.20	2.12	2.08	2.04	1.99	1.95	1.90	1.84
21	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.37	2.32	2.25	2.18	2.10	2.05	2.01	1.96	1.92	1.87	1.81
22	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.34	2.30	2.23	2.15	2.07	2.03	1.98	1.94	1.89	1.84	1.78
23	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.44	2.37	2.32	2.27	2.20	2.13	2.05	2.01	1.96	1.91	1.86	1.81	1.76
24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30	2.25	2.18	2.11	2.03	1.98	1.94	1.89	1.84	1.79	1.73
25	4.24	3.39	2.99	2.76	2.60	2.49	2.40	2.34	2.28	2.24	2.16	2.09	2.01	1.96	1.92	1.87	1.82	1.77	1.71
26	4.23	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.39	2.32	2.27	2.22	2.15	2.07	1.99	1.95	1.90	1.85	1.80	1.75	1.69
27	4.21	3.35	2.96	2.73	2.57	2.46	2.37	2.31	2.25	2.20	2.13	2.06	1.97	1.93	1.88	1.84	1.79	1.73	1.67
28	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.45	2.36	2.29	2.24	2.19	2.12	2.04	1.96	1.91	1.87	1.82	1.77	1.71	1.65
29	4.18	3.33	2.93	2.70	2.55	2.43	2.35	2.28	2.22	2.18	2.10	2.03	1.94	1.90	1.85	1.81	1.75	1.70	1.64
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16	2.09	2.01	1.93	1.89	1.84	1.79	1.74	1.68	1.62
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.08	2.00	1.92	1.84	1.79	1.74	1.69	1.64	1.58	1.51
60	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	1.99	1.92	1.84	1.75	1.70	1.65	1.59	1.53	1.47	1.39
120	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.17	2.09	2.02	1.96	1.91	1.83	1.75	1.66	1.61	1.55	1.50	1.43	1.35	1.25
∞	3.84	3.00	2.60	2.37	2.21	2.10	2.01	1.94	1.88	1.83	1.75	1.67	1.57	1.52	1.46	1.39	1.32	1.22	1.00